



කැලණිය විශ්වවිද්‍යාලය - ශ්‍රී ලංකාව

දුරස්ථ සහ අධ්‍යයන අධ්‍යාපන කේන්ද්‍රය

විද්‍යාවේදී (සාමාන්‍ය) උපාධි තෙවන පරීක්ෂණය (බාහිර) - 2008 (පැරණි නිර්දේශය)
විද්‍යාවේදී (සාමාන්‍ය) උපාධි තෘතීය පරීක්ෂණය (බාහිර) - 2009 (පාඨමාලා ඒකක ක්‍රමය)

2013 ජූලි

විද්‍යා පීඨය

සංඛ්‍යාන සහ ආගණනය - STCT 301

සංඛ්‍යාන සහ පරිගණක විද්‍යාව - STCS E3025

ප්‍රශ්න පහකට (05) පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

ප්‍රශ්න සංඛ්‍යාව : 07 යි.

පිටු සංඛ්‍යාව : 05 යි

කාලය : පැය 03 යි.

1 (අ) පහත දක්වා ඇති නියැදුම් ප්‍රවීඩි අතරින් ඕනෑම දෙකක් සඳහා කෙටි සටහන් ලියන්න.

- (i) ස්තෘත නියැදීම
- (ii) ක්‍රමවත් නියැදීම
- (iii) කොටස් නියැදීම

(ආ) ඒකක N සහිත සංගහණයකින් ඒකක n ගහනයක් තේරීමේදී සරල සසම්භාවී නියැදුම් ක්‍රියා පිළිවෙල සලකමු. ඉහත අවස්ථාවට සම්බන්ධ පරාමිතීන් සහ සංඛ්‍යාති පහත වගුවෙන් දක්වයි ;

	සංගහනය	නියැදිය
ඒකක	Y_1, Y_2, \dots, Y_N	Y_1, Y_2, \dots, Y_n
මධ්‍යන්‍යය	\bar{Y}	\bar{y}
විචලතාවය	S^2	s^2
විශේෂිත ලක්ෂණය සහිත ඒකක ගණන	A	a
විශේෂිත ලක්ෂණය සහිත ඒකක සමානුපාතය	$P = \frac{A}{N}$	$p = \frac{a}{n}$

(i) p යනු P සඳහා අනභිනත නිමානකයක් බව

(ii) $V(p) = \frac{(N-n) PQ}{(N-1) n}$ බව

පෙන්වන්න.

(ඇ) කිරි ආශ්‍රිත නිෂ්පාදිත සමාගමක් ඔවුන් හඳුන්වා දුන් නව යෝග්‍ය වර්ගයට ඇති රුචිකත්වය පිළිබඳ සමීක්ෂණයක් පැවැත්වීමට උනන්දුවක් දක්වයි. සංගහනයන් පිළිවෙලින් 225, 190, 240 සහ 175 වන A, B, C, සහ D යන ප්‍රදේශ (ස්ථර) හතරක් සමීක්ෂණය සඳහා ඔවුන් තෝරාගනු ලබයි. සමාගම මෙම ප්‍රදේශ හතරෙන් සසම්භාවී ලෙස පිළිවෙලින් මිනිසුන් 20, 25, 25 සහ 10 දෙනෙකු තෝරාගනු ලබයි. A, B, C, D ප්‍රදේශ වලින් තෝරාගත් එක් එක් නියැදි වලින් පිළිවෙලින් 10, 8, 5 සහ 5 දෙනෙකු මෙම නව යෝග්‍ය වර්ගයට රුචිකත්වය දක්වන බව ඔවුන් විසින් සොයාගන්නා ලදී. නව යෝග්‍ය වර්ගයට රුචිකත්වයක් දක්වන ජනයාගේ සමානුපාතය නිමානය කර එම නිමානකයේ විචලතාවය සොයන්න.

2 (අ) ප්‍රශ්න මාලාව යනු සමීක්ෂණයේදී දත්ත එක්රැස් කිරීමට යොදාගන්නා එක් ක්‍රමයකි. ප්‍රශ්න මාලාමක් නිර්මාණය කිරීමේදී සලකා බැලිය යුතු වැදගත් කරුණු 5 ක් සඳහන් කරන්න.

(ආ) එක්තරා වසරක, එක් දිස්ත්‍රික්කයක වී නිෂ්පාදනය පිළිබඳ සංගණනයක් පවත්වන ලදී. මෙම වසරේදී වර්තමාන වී නිෂ්පාදනය පිළිබඳ සමීක්ෂණයක් පැවැත්වීමට අපේක්ෂිතය. නියැදිය සඳහා කුඹුරු තෝරාගැනීමට පෙර ගියවර සංගණනයේ වී නිෂ්පාදනය අනුව කුඹුරු ස්ථර වලට වෙන් කරන ලදී. විශ්ලේෂණයෙන් සොයාගත් කරුණු පහත වගුවේ සාරාංශ ගත කර ඇත :

ස්ථරය	වී නිෂ්පාදනය (ඒකක)	කුඹුරු ගණන	මධ්‍යන්‍ය නිෂ්පාදනය (Xi) (ඒකක)	ස්ථරයේ සම්මත අපගමනය
1	<1000	30964	203.8	300
2	1000-4999	4756	1779.6	1200
3	>5000	538	16029.7	9000

(සටහන : වී නිෂ්පාදනයේ සමස්ථ සම්මත අපගමනය ඒකක 1684 වේ.)

මෙවර සමීක්ෂණය සඳහා කුඹුරු 1000ක නියැදියක් තෝරාගැනීමට කීරණය කරන ලදැයි සලකන්න. එක් එක් ස්ථරයෙන් තෝරාගත යුතු නියැදි තරම සමානුපාතික වෙන් කරදීම සහ ප්‍රශස්ථ වෙන් කරදීම යටතේ නිගමනය කරන්න. නියැදි සැලසුම් දෙකෙන් අපේක්ෂිත සම්මත දෝෂ නිමානය කරන්න. ස්තෘත නියැදීම භාවිතා නොකර සරළ සසම්භාවී නියැදි ක්‍රමයෙන් කුඹුරු 1000 තෝරාගත්තේ නම් ඉහත නිමානය කරන ලද සම්මත දෝෂ සරළ සසම්භාවී නියැදි ක්‍රමයේ සම්මත දෝෂය සමග සන්සන්දනය කරන්න.

3 (අ) සමජාතීය පරීක්ෂණාත්මක ඒකකයක් යනු කුමක්දැයි උදාහරණයක් සහිතව කෙටියෙන් විස්තර කරන්න.

(ආ) පූර්ණ සසම්භාවීකෘත සැලසුමක් සඳහා වූ මූලික සමීකරණය ලියා දක්වා පහත සඳහන් දෑ ඔප්පු කර පෙන්වන්න :

$$(i) \quad SS(Tot) = \sum_{i=1}^t \sum_{j=1}^{n_i} y_{ij}^2 - \frac{y_{..}^2}{nT}$$

$$(ii) \quad SS(Trt) = \sum_{i=1}^t \frac{y_{i.}^2}{n_i} - \frac{y_{..}^2}{nT}$$

- මෙහි t = පිරිවිතර සංඛ්‍යාව
- y_{ij} = ප්‍රතිචාර විචල්‍ය සඳහා i වැනි සාධකය සඳහා j වැනි නැගැසුමේ අගය
- y_{..} = සමස්ථ චෝකය
- n_T = සියළුම පිරිවිතර සඳහා සමස්ථ ප්‍රතිස්ථාපන වල චෝකය
- n_i = i වන පිරිවිතරය සඳහා ප්‍රතිස්ථාපන ගණන
- y_{i.} = i වන පිරිවිතරයේ චෝකය
- SS(Tot) = මුළු වර්ග චෝකය
- SS(Trt) = පිරිවිතරයන්ගේ වර්ග චෝකය

- (ඇ) පරිපථ නිර්මාණ 4 ක පවතින බාධක ප්‍රමාණය සැසඳීම සඳහා සසම්භාවීකෘත පූර්ණ කට්ටි ආකෘතියක පරීක්ෂණයක් මෙහෙයවන ලද අතර එයින් ලබාගත් දත්ත පහත වගුවේ දැක්වේ :

පරිපථ නිර්මාණ වර්ගය	නිරීක්ෂණය කරන ලද බාධක ප්‍රමාණය				
	1	19	20	19	30
2	80	61	73	56	70
3	47	26	25	35	50
4	95	65	83	78	97

පරිපථ නිර්මාණ වර්ග හතරෙහි පවතින බාධක ප්‍රමාණය සමානදැයි 5% වෙසෙසි මට්ටමේදී පරීක්ෂා කර බලන්න.

- 4 (අ) පරීක්ෂණාත්මක සැලසුම් නිර්මාණයක මූලික සිද්ධාන්ත තුනක් කෙටියෙන් විස්තර කරන්න.

- (ආ) කෘෂිකාර්මික පර්යේෂණ ආයතනයක පර්යේෂණ මධ්‍යස්ථාන 4 ක් එකිනෙකට වෙනස් දිස්ත්‍රික්ක වල පිහිටා ඇත. යම් වැවිලි සමාගමකට අර්තාපල් ප්‍රභේද 5 ක ඵලදාව සත්සන්දනය කිරීමට අවශ්‍ය වී ඇති නමුත් එක් පර්යේෂණ මධ්‍යස්ථානයක පරීක්ෂණය සිදුකිරීමට අවශ්‍ය තරම් ඉඩ පහසුකම් නැත. එබැවින් වෙළඳ සමාගම පර්යේෂණ මධ්‍යස්ථාන කට්ටි වශයෙන් සලකා සසම්භාවීකෘත පූර්ණ කට්ටි ආකෘතියක පරීක්ෂණය සිදුකිරීමට තීරණය කරන ලදී. අර්තාපල් ප්‍රභේද 5 ම සෑම පර්යේෂණ මධ්‍යස්ථානයකම රෝපණය කරන ලද අතර නිරීක්ෂණය කරන ලද ඵලදාව පහත වගුවේ දක්වා ඇත :

		මධ්‍යස්ථානය (j)			
		1	2	3	4
අර්තාපල් ප්‍රභේදය (i)	1	685	792	838	895
	2	722	806	893	953
	3	733	802	880	941
	4	811	888	952	1005
	5	828	920	978	1023

- (i) ඉහත දත්ත සඳහා විචලනා විශ්ලේෂණ වගුව (ANOVA table) සකස් කරන්න.
 (ii) එමගින්, වෙළඳ සමාගම විසින් සුදුසු ආකාරයේ කට්ටි කිරීමක් සිදුකර ඇත්දැයි 5% වෙසෙසි මට්ටමේදී පරීක්ෂා කර බලන්න.

- 5 එක් පහදා දීමේ විචල්‍යයක් සඳහා සරල ඒකජ ප්‍රතිපායන ආදර්ශය $y_i = \beta_0 + \beta_1 + \epsilon_i$ මගින් දෙනු ලැබේ.

- (අ) දෝෂ පදය සම්බන්ධයෙන් සාමාන්‍යයෙන් කරන උපකල්පන සඳහන් කරන්න.

- (ආ) පිළිවෙලින් β_0 හා β_1 පරාමිති සඳහා නිමානක වන $\hat{\beta}_0$ සහ $\hat{\beta}_1$ ලබාගන්න.

(අ) පහත වගුවේ දක්වා ඇත්තේ වර්ෂ 1989-1999 දක්වා එංගලන්ත දළ දේශීය නිෂ්පාදිත (ද.දේ.නි.) අගයන් වන අතර වර්ෂය $t =$ වර්ෂය -1994 ලෙස කේතනය කර ඇත. ද.දේ.නි. ස්ථරලින් පවුම් බිලියන වලින් දක්වා ඇත.

වර්ෂය	1989	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999
t	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
y	655.2	659.5	649.8	650.3	665.4	694.6	714.0	732.2	757.9	777.9	794.4

මූලාශ්‍රය : එංගලන්ත ජාතික ගිණුම්, 2000, වගුව 1.1

සටහන : $\sum y = 7751.2$, $\sum y^2 = 5491108.76$, $\sum t = 0$, $\sum t^2 = 110$, $\sum ty = 1706.3$

මෙම දත්ත සඳහා සරළ ඒකජ ප්‍රතිපායන ආදර්ශයක් ($y_i = \beta_0 + \beta_1 t + \epsilon_i$) යෝජනා කර ඇති අතර ϵ_i යනු සාමාන්‍ය ලක්ෂණ සහිත දෝෂ පද වේ.

- (i) ඉහත ආදර්ශය සඳහා β_0 සහ β_1 නිමානක දී ඇති දත්ත ඇසුරෙන් ගණනය කරන්න.
- (ii) ආදර්ශයේ R^2 ගණනය කරන්න.
- (iii) R^2 සඳහා ලැබුණු අගය සහ β_0 හා β_1 සඳහා ලැබුණු නිමානක විචල්‍යතා කරන්න.

6 (අ) බහුගුණ ප්‍රතිපායන සඳහා භාවිතා කරන විචල්‍ය තේරීම් ක්‍රම වන අභිප සහ ක්‍රම පිළිබඳ සාකච්ඡා කර එම එක් එක් ක්‍රම භාවිතයේදී ඇතිවන ගැටළු පැහැදිලි කරන්න.

(ආ) පැහැපත් වීමේ ආලේපනයක් අලෙවි කරන එක්තරා වෙළඳ සමාගමක දිස්ත්‍රික්ක 15 ක ශාඛා ඇත. වෙළඳ සමාගමේ කළමනාකාරිත්වය දිස්ත්‍රික්ක අලෙවි ප්‍රමාණය (Y) පුරෝකථනය කිරීමට උනන්දුවක් දක්වන අතර ඉලක්ක සංගහනය (X_1) සහ ඒක පුද්ගල ආදායම (X_2) ඒ සඳහා පහදා දීමේ විචල්‍ය වශයෙන් යොදාගත හැකි බව සොයාගෙන ඇත. ප්‍රධාන ඵල ආදර්ශය ($y_i = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \epsilon_i$) දත්ත වලට අනුසිඳුම් කර පහත ප්‍රතිඵල ලබාගෙන ඇත :

ආදර්ශය	වර්ග ඵලය	සුවලන අංකය	වර්ග මධ්‍යයනය	F	වෙසෙසියාව
ප්‍රතිපායන	53844.716	2			0.000
අවශේෂය	56.884				
මුළු/එකතුව		14			

පරාමිති නිමිතයන් β_0 , β_1 සහ β_2 පිළිවෙලින් 3.453, 0.496 සහ 0.009 වේ.

- (i) විචල්‍ය විශ්ලේෂණ වගුව (ANOVA table) සම්පූර්ණ කරන්න.
- (ii) අනුසිඳුම් කරන ලද ආදර්ශය ලියා දක්වා එමගින්, ඉලක්ක සංගහනය හා ඒක පුද්ගල ආදායම පිළිවෙලින් 200 සහ 2500 වන “M” වන දිස්ත්‍රික්කයේ අලෙවි ප්‍රමාණය පුරෝකථනය කරන්න.
- (iii) ප්‍රධාන ඵල ආදර්ශයේ යෝග්‍යතාව 5% වෙසෙසි මට්ටමේදී පරීක්ෂා කරන්න.
- (iv) අනුසිඳුම් කරන ලද ප්‍රතිපායන ආදර්ශය කොතරම් දුරට යෝග්‍යදැයි පිරික්සීමට භාවිතා කළ හැකි ශිල්පීය ක්‍රම මොනවාද?

7

(අ) පරාමිතික නොවන (Non-parametric) සංඛ්‍යාන ක්‍රම යනු පොදුවේ භාවිතා කරන පරාමිතික ක්‍රම වලට වඩා විවිධ වාසි සහිත සංඛ්‍යාන ක්‍රම වේ. පරාමිතික නොවන සංඛ්‍යාන ක්‍රම වල ඇති වාසි සහ අවාසි ලියා දක්වන්න.

(ආ) එක්තරා රටක උග්‍ර ලියුකේමියා රෝගීන්ගේ ප්‍රතිකාර වලින් පසු මධ්‍යස්ථ ප්‍රවර්ථන කාලය මාස 21 බව සොයාගෙන ඇත. නව ප්‍රතිකාර ක්‍රමයක් පරීක්ෂා කර බලා ඇති අතර එම නව ප්‍රතිකාරයෙන් මධ්‍යස්ථ ප්‍රවර්ථන කාලය වර්ධනය වේ යයි බලාපොරොත්තු වේ. නව ප්‍රතිකාර ක්‍රමයට යටත් වූ රෝගීන් 10 දෙනෙකුගේ ප්‍රවර්ථන කාලයන් පහත පරිදි වේ:

ප්‍රවර්ථන කාලය (මාස වලින්)				
24.1	25.8	20.5	20.9	27.3
21.5	20.1	28.9	19.2	26.3

නව ප්‍රතිකාර ක්‍රමය මගින් ලියුකේමියා රෝගීන්ගේ මධ්‍යස්ථ ප්‍රවර්ථන කාලය වර්ධනය කරන්නේ දැයි පරීක්ෂා කිරීමට විල්කොක්සන් සයිනි රැන්ක් (Willcoxon's signed rank) පරීක්ෂාවක් සිදු කරන්න.

(ඇ) මාන්-විට්නි පරීක්ෂාව යනු ඉතා ප්‍රබල පරාමිතික නොවන පරීක්ෂාවක් වන අතර එය යොදාගනිමින් ස්වායත්ත කණ්ඩායම් දෙකක් එකම සංගහනයක් ලබාගෙන ඇත්දැයි පරීක්ෂා කළ හැකිය. වර්ෂ 1980 දී, ජපන් මෝටර් රථ බ්‍රිතාන්‍ය මෝටර් රථ වලට වඩා විශ්වාස දැයි අන්වේෂණය කිරීමට සමීක්ෂණයක් සිදුකරන ලදී. පුළුල් තේරීම් පරාසයක ජපන් සහ බ්‍රිතාන්‍ය මෝටර් රථ වර්ග වල පළමු ධාවන වර්ෂය තුළ එක වරක්වත් අක්‍රිය වූ මෝටර් රථ ප්‍රතිශතය පහත දක්වා ඇත :

ජපන්	
මෝටර් රථ වර්ගය	පළමු ධාවන වර්ෂය තුළ එක වරක්වත් අක්‍රිය වූ මෝටර් රථ ප්‍රතිශතය
Model 1	3
Model 2	7
Model 3	15
Model 4	10
Model 5	4
Model 6	6
Model 7	4
Model 8	7

බ්‍රිතාන්‍ය	
මෝටර් රථ වර්ගය	පළමු ධාවන වර්ෂය තුළ එක වරක්වත් අක්‍රිය වූ මෝටර් රථ ප්‍රතිශතය
Model 1	19
Model 2	11
Model 3	36
Model 4	8
Model 5	25
Model 6	23
Model 7	38
Model 8	14
Model 9	17
Model 10	41
Model 11	25
Model 12	21

ජපන් මෝටර් රථ බ්‍රිතාන්‍ය මෝටර් රථ වලට වඩා විශ්වාස දැයි මාන්-විට්නි පරීක්ෂාව ඇසුරෙන් පරීක්ෂා කරන්න.

-----//-----