කැලණිය විශ්වවිද්‍යාලය - ශ්‍රී ලංකාව

දුරස්ථ සහ අඛණ්ඩ අධ්‍යාපන කේන්ද්‍රය

විද්‍යාවේදී (සාමාන්‍ය) උපාධි තෘතීය පරීක්ෂණය (බාහිර) - 2009 (පාඨමාලා ඒකක ක්‍රමය)
2013 ජූලි

විද්‍යා පීඨය

ශුද්ධ ගණිතය - **PMAT E3053**
ජ්‍යාමිතිය

<u>ප්‍රශ්න පහකට (05) පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.</u>

ප්‍රශ්න සංඛ්‍යාව : 06 යි. පිටු සංඛ්‍යාව : 03 යි කාලය : පැය 02½ යි.

---

1. $S \equiv ax^2 + by^2 + 2hxy + 2gx + 2fy + C = 0$ සමීකරණය මගින් සරල රේඛා යුගලයක් නිරූපණය කිරීම සඳහා වූ අනිවාර්ය හා ප්‍රමාණවත් අවශ්‍යතාවය ලියා දක්වන්න.

   $h^2 = ab$ සහ $af^2 = bg^2$ නම් $S \equiv 0$ මගින් සමාන්තර සරල රේඛා යුගලයක් නිරූපණය කරන බව පෙන්වන්න.

   $4x^2 + 4xy - 3y^2 - 12x - 14y + 5 = 0$ සමීකරණය මගින් සරල රේඛා යුගලයක් නිරූපණය කරන බව පෙන්වන්න.

   (i) ඒවායේ ඡේදන ලක්ෂ්‍යයේ ද,

   (ii) ඒවා අතර කෝණ සමච්ඡේදක වල සංයුක්ත සමීකරණය ද,

   (iii) ඉහත රේඛා යුගලයට ලම්භකව මූල ලක්ෂ්‍යය හරහා යන රේඛා යුගලයේ සමීකරණය ද,

   සොයන්න.

2. (අ) $ax^2 + 2hxy + by^2 = 0$ සමීකරණය මගින් දෙන ලද සරල රේඛා අතර කෝණය සඳහා ප්‍රකාශනයක් ලබාගන්න.
   $a + b = 0$ නම් රේඛා දෙක ලම්භක වන බව ද $h^2 = ab$ නම් ඒවා සමාන්තර වන බව ද අපෝහනය කරන්න.

   (ආ) (x_0, y_0) හි සිට $ax^2 + 2hxy + by^2 = 0$ මගින් දෙන ලද රේඛා යුගලයන්ට ඇඳි ලම්භකයන්ගේ දිගෙහි ගුණිතය $\frac{ax_0^2 + 2hx_0y_0 + by_0^2}{\sqrt{4h^2 + (a-b)^2}}$ බව පෙන්වන්න.

මතුසම්බන්ධයි…

(ඇ) $x^2(tan^2\theta + cos^2\theta) - 2xytan\theta + y^2sin^2\theta = 0$ මගින් දෙන ලද සරල රේඛා දෙකෙහි අනුක්‍රමණ වල වෙනස θ ගෙන් ස්වායත්ත වන බව පෙන්වන්න.

(ඈ) $lx + my + n = 0$ සරල රේඛාව $ax^2 + 2hxy + by^2 = 0$ ප්‍රභින්න සරල රේඛා යුගලය A හා B හිදී ඡේදනයකරයි.
$OA = OB$ නම් $h(l^2 - m^2) = lm(a - b)$ බව පෙන්වන්න. මෙහි O මූලය වේ.

3. සුපුරුදු අංකනයෙන්,
$S \equiv ax^2 + by^2 + 2hxy + 2gx + 2fy + c = 0$ කේතුකය හා $P_1 \equiv (x_1, y_1)$,
$P_2 \equiv (x_2, y_2)$ ලක්ෂ්‍ය අනුබද්ධයෙන් යොවාෂිම්ස්තාල් අනුපාත සමීකරණය
$S_{22}\lambda^2 + 2S_{12}\lambda + S_{11} = 0$ ලබාගන්න.

එනයින්,

(i) $S \equiv 0$ මත පිහිටි P_1 ලක්ෂ්‍යයේදී ස්පර්ශකය $S_1 = 0$ බව ද,

(ii) P_1 ලක්ෂ්‍යයේ සිට $S \equiv 0$ ට ඇඳි ස්පර්ශක යුගලයෙහි සමීකරණය $S_1^2 - S_{11}S = 0$ බව ද,

(iii) P_1හි ධ්‍රැවකය P_2 හරහා යයි නම් එවිට P_2 හි ධ්‍රැවකය P_1 හරහා යන බව ද, පෙන්වන්න.

තවද
$\frac{(x+a)^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ඉලිප්සය අනුබද්ධයෙන් P ලක්ෂ්‍යයක ධ්‍රැවකය $y^2 = 4ax$ පරාවලය ස්පර්ශ කරයි නම්, P හි පථය $\frac{x(x+a)}{a^4} - \frac{y^2}{b^4} = 0$ බහුවලය බව පෙන්වන්න.

4. (i) PQR තලයේ සමීකරණය සොයන්න.
මෙහි $P \equiv (3, 2, -5)$, $Q \equiv (-3, 8, -5)$, $R \equiv (-3, 2, 1)$. වේ.
$S \equiv (-1, 4, -3)$ යනු PQR ත්‍රිකෝණයේ පරිකේන්ද්‍රය බව පෙන්වන්න.

(ii) $3x - 6y + 2z + 5 = 0$ සහ $4x - 12y + 3z - 3 = 0$ තල අතර කෝණ සමච්ඡේදනය කරන තල වල සමීකරණය සොයා මූල ලක්ෂ්‍යය අන්තර්ගත කෙරෙමින් කෝණ සමච්ඡේදනය කරන තලය හඳුනා ගන්න.

(iii) $\frac{x-4}{1} = \frac{y+3}{-4} = \frac{z+1}{7}$ හා $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z+10}{8}$ සරල රේඛා ඒකතල බව පෙන්වා එම තලයේ සමීකරණය ලබා ගන්න.

මතුසම්බන්ධයි...

5. (i) $\frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-6}{1}$ සහ $\frac{x+3}{7} = \frac{y+3}{-6} = \frac{z+3}{1}$ මගින් දෙන විතල රේඛා දෙක අතර කෙටිතම දුර සොයන්න.

(ii) $2(uu' + vv' + ww') = d + d'$ නම්
$S \equiv x^2 + y^2 + z^2 + 2ux + 2vy + 2wz + d = 0$ සහ
$S' \equiv x^2 + y^2 + z^2 + 2u'x + 2v'y + 2w'z + d' = 0$ ගෝල දෙක අභිලම්භව ඡේදනය වන බව පෙන්වන්න.

$x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 3y - 4z + 6 = 0\ ;\ 3x - 4y + 5z + 15 = 0$ වෘතය හරහා යන $x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 4y - 6z + 11 = 0$ ගෝලය අභිලම්භව ඡේදනය කරන ගෝලයේ සමීකරණය සොයන්න.

6. (i) තම ශීර්ෂය (1,1,0) ලක්ෂ්‍යය ද තම ජනකයන් $y = 0,\ x^2 + z^2 = 4$ වක්‍රය හරහා යන්නා වූ ද කේතුවේ සමීකරණය සොයන්න.

(ii) තම ශීර්ෂය (1,1,1) ලක්ෂ්‍යයද $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ ගෝලය ස්පර්ශ කරන්නා වූද කේතුවේ සමීකරණය සොයන්න.

(iii) තම ජනකයන් Ox, Oy සහ Oz ඛණ්ඩාංක අක්ෂ වූ ද සෘජු වෘත කේතුවේ සමීකරණය සොයන්න. මෙහි O මූලය වේ.

(iv) $x^2 - y^2 + 4yz + 4zx - 3 = 0$ සමීකරණය මගින් දෙන පෘෂ්ඨය නිර්ණය කරන්න.

______________//______________