



කැලණිය විශ්වවිද්‍යාලය - ශ්‍රී ලංකාව

දුරස්ථ සහ අධ්‍යාපන අධ්‍යක්ෂක කේන්ද්‍රය

විද්‍යාවේදී (සාමාන්‍ය) උපාධි තෘතීය පරීක්ෂණය (බාහිර) - 2009 (පාඨමාලා ඒකක ක්‍රමය)
2013 ජූලි

විද්‍යා පීඨය

ව්‍යවහාරික ගණිතය - AMAT E3013

විචල්‍ය කිහිපයක ශ්‍රිත

ප්‍රශ්න පහකට (05) පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

ප්‍රශ්න සංඛ්‍යාව : 07 යි.

පිටු සංඛ්‍යාව : 04 යි

කාලය : පැය 02½ යි.

ගණක යන්ත්‍ර භාවිතයට ඉඩදෙනු නොලැබේ.

1. (අ) පහත දැක්වෙන එක් එක් ශ්‍රිතයෙහි වසම සොයන්න.

(i) $f(x, y) = \frac{\sqrt{x^2+y^2-9}}{x}$, (ii) $g(x, y, z) = \frac{x}{\sqrt{9-x^2-y^2-z^2}}$

(ආ) $f(x, y) = \sqrt{16 - 4x^2 - y^2}$ හි පරාසය සොයන්න.

(ඇ) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{5x^2y}{x^2+y^2}$ සීමාව අගයන්න.

(ඈ) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \left(\frac{x^2-y^2}{x^2+y^2}\right)^2$ හි සීමාව නොපවතින බව පෙන්වන්න.

2. (අ) $f(x, y) = \frac{2x^2y}{3x^2+3y^2}$ සලකන්න.

පහත දැක්වෙන මාර්ග ඔස්සේ (0,0) කරා (x, y) ලඟ වන විට f(x, y) හි සීමාව සොයන්න.

(i) x - අක්ෂය ඔස්සේ, (ii) y = x රේඛාව ඔස්සේ, (iii) y - අක්ෂය ඔස්සේ, (iv) y = x^2 වක්‍රය ඔස්සේ.

$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} f(x, y)$ පවතී ද?

මතුසම්බන්ධයි...

(ආ) $\lim_{(x,y) \rightarrow (1,2)} (3x + 2y) = 7$ බව අර්ථ දැක්වීම භාවිතයෙන් පෙන්වන්න.

(ඇ) $f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy}{\sqrt{x^2+y^2}}, & (x, y) \neq (0,0) \\ 0, & (x, y) = (0,0) \end{cases}$

මභින් දෙනු ලබන ශ්‍රිතය මූලයේදී සන්තතික බව පෙන්වන්න.

(ඉභිය: $x = r \cos \theta, y = r \sin \theta$ ලෙස ගන්න.)

3. (අ) $f(x, y)$ මභින් දෙනු ලබන ශ්‍රිතය (x, y) ලක්ෂ්‍යයේදී අවකලය නම්, එභි අවකලය

$$df = \frac{\partial f}{\partial x} dx + \frac{\partial f}{\partial y} dy$$

ලෙස ලිවිය හැකි බව පෙන්වන්න.

(ආ) $f(x, y)$ යනු x හා y විචලයන්ගේ අවකලය ශ්‍රිතයක් වන අතර, x සහ y යනු u සහ v විචලයන්ගේ අවකලය ශ්‍රිත වේ. එවිට

$$\frac{\partial f}{\partial u} = \frac{\partial f}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial u} + \frac{\partial f}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial u}$$

සහ

$$\frac{\partial f}{\partial v} = \frac{\partial f}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial v} + \frac{\partial f}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial v}$$

බව සාධනය කරන්න.

(ඇ) $v = f(x, y), x = r \cos \theta$ සහ $y = r \sin \theta$ නම්, එවිට

$$\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 v}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 v}{\partial \theta^2}$$

බව පෙන්වන්න.

(4) (අ) $f(x, y)$ ශ්‍රිතයට (a, b) ලක්ෂ්‍යයෙහිදී

(i) උපරිමයක්

(ii) අවමයක්

(iii) සැද ලක්ෂ්‍යයක්

නිබ්ම සඳහා අනිවාර්ය සහ ප්‍රමාණවත් අවශ්‍යතා කුලකයක් ප්‍රකාශ කරන්න.

මතුසම්බන්ධයි...

$f(x, y) = \sin^2 x \cos y + \sin^2 y \cos x, 0 \leq x < \pi, 0 \leq y < \pi$, ශ්‍රිතයට $(\frac{\pi}{2}, 0), (0, 0)$ සහ $(0, \frac{\pi}{2})$ ලක්ෂ්‍යය වලදී පිළිවෙලින් උපරිමයක්, අවමයක් සහ සෑදූ ලක්ෂ්‍යයක් ඇති බව පෙන්වන්න.

(ආ) ලේරාන්ස් අනිර්ණක ගුණක ක්‍රමය භාවිතයෙන්, $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ සංරෝධන අවශ්‍යතාවයට යටත්ව $f(x, y, z) = xyz$ ශ්‍රිතයෙහි අවධි අගයයන් සොයන්න.

(5) (අ) $f(x, y) = 1 - (x - 1)^2 - (y - 2)^2$ මගින් දෙනු ලබන පෘෂ්ඨය මත වූ $(1, 2, 1)$ ලක්ෂ්‍යයේ දී x සහ y දිශාවන් ඔස්සේ බැවුම් සොයන්න.

(ආ) (i) විචලන දෙකක තාත්වික අගය f ශ්‍රිතයක (x_0, y_0) ලක්ෂ්‍යයේ දී අවකලනයාව අර්ථ දක්වන්න.

$$(ii) f(x, y) = \begin{cases} \frac{-3xy}{x^2+y^2}, & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

මගින් දෙනු ලබන ශ්‍රිතය $(0, 0)$ හි දී අවකලන නොවන බව පෙන්වන්න.

(6) (අ) (x, y) ලක්ෂ්‍යය $(1, 1)$ ලක්ෂ්‍යයේ සිට $(1.01, 0.97)$ ලක්ෂ්‍යය දක්වා ගමන් කිරීමේදී $z = \sqrt{4 - x^2 - y^2}$ හි වෙනස් වීම සන්නිකර්ෂණය කිරීම සඳහා අවකලන dz භාවිතා කරන්න.

මෙම සන්නිකර්ෂණ අගය z හි හරිතම වෙනස හා සසඳන්න.

(ආ) වස්තූන් දෙකක් පිළිවෙලින් $x_1 = 4 \cos t, y_1 = 2 \sin t$ සහ $x_2 = 2 \sin 2t, y_2 = 3 \cos 2t$ පරාමිතික සමීකරණ මගින් දෙනු ලබන ඉලිප්සීය මාර්ග ඔස්සේ ගමන් කරයි.

$t = \pi$ විටදී වස්තූන් දෙක අතර දුර කුමන සීඝ්‍රතාවයකින් වෙනස් වේද?

(7) (අ) R යනු ශීර්ෂ $(2, 2), (4, 2), (5, 4)$ සහ $(1, 4)$ වූ ත්‍රැපීසියම වේ නම්,

$$\iint_R 8xy \, dA$$

අගයන්න.

මතුසම්බන්ධයි...

(ආ)

$$\int_0^1 \int_x^1 x \sin y^3 dy dx$$

අනුකලන පටිපාටිය මාරු කර විසඳන්න.

(ඇ) විචල්‍ය දෙකක ශ්‍රිතයන් සඳහා වූ ටේලර් සූත්‍රය ප්‍රකාශ කරන්න.

මෙම සූත්‍රය භාවිතයෙන් $F(x, y) = \sin x \sin y$ හි ප්‍රථම ආංශික ව්‍යුත්පන්න (එනම් $n = 1$ විට)

පමණක් සලකා $\frac{4}{\pi^2} = \cos(\theta\pi)$ බව පෙන්වන්න. මෙහි $0 < \theta < 1$ වේ.

----- XXXX -----