කැලණිය විශ්වවිද්‍යාලය - ශ්‍රී ලංකාව
දුරස්ථ සහ අඛණ්ඩ අධ්‍යාපන කේන්ද්‍රය
විද්‍යාවේදී (සාමාන්‍ය) උපාධි තෙවන පරීක්ෂණය (බාහිර) - 2016
2022 පෙබරවාරි
විද්‍යා පීඨය
ව්‍යවහාරික ගණිතය

AMAT E 3043 - තරල ගතිකය

ප්‍රශ්න පහකට (05) පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

ප්‍රශ්න සංඛ්‍යාව : 07 යි. පිටු සංඛ්‍යාව : 03 යි. කාලය : පැය 2 1/2 යි.

Q1. (a) (u_1, u_2, u_3) ප්‍රලම්භ වක්‍රරේඛීය ඛණ්ඩාංක මඟින් $\vec{F} = F_1\hat{i} + F_2\hat{j} + F_3\hat{k}$ දෛශික ක්ෂේත්‍රයේ බහුර සඳහා ප්‍රකාශනයක් ලියන්න. $(\hat{e_1}, \hat{e_2}, \hat{e_3})$ ඒකීය දෛශික ඔස්සේ ඒකීය ස්පර්ශක දෛශික වල දිග පිළිවෙළින් (h_1, h_2, h_3) ලෙස ගන්න.

(b) (r, θ, φ) ප්‍රලම්භ ඛණ්ඩාංක සහ (x, y, z) කාටීසීය ඛණ්ඩාංක අතර සම්බන්ධතාව පහත දැක්වෙන පරිදි වේ.

$$x = (c + r\cos\theta)\cos\varphi,\ y = (c + r\cos\theta)\sin\varphi,\ z = \sin\theta;$$

මෙහි c යනු නියතයකි. $\vec{A} = A_1\hat{i} + A_2\hat{j} + A_3\hat{k}$ දෛශික ක්ෂේත්‍රයේ බහුර (r, θ, φ) ප්‍රලම්භ ඛණ්ඩාංක ඇසුරෙන් ලියන්න. මෙහි $A_i(x, y, z),\ i = 1, 2, 3$ ලෙස සලකන්න.

Q2. (a) පරිපූර්ණ තරලයක චලිතයක් සඳහා, සුපුරුදු අංකනයෙන්, සන්තත්‍ය සමීකරණය

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla.(\rho\vec{q}) = 0$$

ආකාරයෙන් ලබා ගන්න. තරලය අසම්පීඩ්‍ය නම් $\nabla.\vec{q} = 0$ බව ද පෙන්වන්න.

(b) තරල ගැලීමක ප්‍රවේගය $\vec{q} = c\left[\frac{y^3\,\hat{i} - x^3\,\hat{j}}{x^4 + y^4}\right]$ ලෙස දී ඇත; මෙහි c යනු නියතයකි.

i. තරලය අසම්පීඩ්‍ය බව පෙන්වන්න.

ii. තරල චලිතයේ අනාකූල රේඛා සඳහා වූ සමීකරණය ලබා ගන්න.

iii. තරල ගැලීම නිර්භ්‍රමණ ද? ඔබගේ පිළිතුර සත්‍යාපනය කරන්න.

Q3. අනන්තයේදී පීඩනය P_0 වන නිශ්චලතාවයේ පවතින අනන්ත අසම්පීඩ්‍ය සුස්‍රාවී තරලයක අරය a වන ගෝලාකාර කුහරයක් ක්ෂණිකව ඇති විය. t කාලයකට පසු කුහරයේ අරය $R(t)$ ද පෘෂ්ඨය මත ඇති තරල අංශුවක ප්‍රවේගය $v(t) = \dfrac{dR(t)}{dt}$ ද වේ නම්

$$R\frac{dv^2}{dR} + 3v^2 + \frac{2P_0}{\rho} = 0$$

බව පෙන්වන්න. තරලය අසම්පීඩ්‍ය නම් හා චලිතය නිර්භ්‍රමණ නම් කුහරය සම්පූර්ණයෙන් පිරවීමට ගතවන කාලය

$$T = \sqrt{\frac{3\rho}{2P_0}}\int_0^a \frac{R^{3/2}}{(a^3 - R^3)^{1/2}}dR$$

බව පෙන්වන්න.

මතුසම්බන්ධයි ...

Q4. (a) සුපුරුදු අංකනයෙන්, කෙල්වින්ගේ සංසරණ ප්‍රමේය ලබා ගන්න.

(b) $\theta = \frac{\pi}{4}$ සහ $\theta = -\frac{\pi}{4}$ අතර වන කලාපයේ පිහිටි ද්විමාන ද්‍රව චලිතය $(r, \theta) = (c, \alpha)$ ලක්ෂ්‍යයේ දී ප්‍රභවයක් ද, මූල ලක්ෂ්‍යයේ දී අපායනයක් ද ඇත. ප්‍රභවය මගින් මුදා හරින ද්‍රව ප්‍රමාණයම අපායනය මගින් උරා ගනු ලබන බව සලකන්න. චලිතයේ අනාකූල ශ්‍රිත සොයන්න. අනාකූල රේඛාවන්ගෙන් එකක් $c^2 \sin(2\theta) = r^2 \sin(2\alpha)$ වක්‍රය මගින් නිරූපනය වන බව පෙන්වන්න.
ඉඟිය : $\log(x \pm iy) = \frac{1}{2}\log(x^2 + y^2) \pm i\tan^{-1}(\frac{y}{x})$

Q5. (a) සුපුරුදු අංකනයෙන්, මිල්න් තොම්සන් ප්‍රමේය ලබා ගන්න.

(b) ඝනත්වය ρ වන ද්විමාන චලිතයක් සහිත නිර්භ්‍රමණ ද්‍රව ප්‍රවාහයක අරය a වන වෘත්තාකාර සිලින්ඩරයක් නිශ්චලව ඇත. අනන්තයේදී ද්‍රවයේ ප්‍රවේගය u වන අතර, එය අචල දිශාවකට යොමු වී ඇත. මෙහි u යනු විචල්‍යයකි. ද්‍රවයේ $r = a$ වන ඕනෑම ලක්ෂ්‍යයක උපරිම ප්‍රවේගය $2u$ බව පෙන්වන්න. තවද, බෙර්නූලි සමීකරණය භාවිතයෙන් වෘත්තාකාර සිලින්ඩරයේ වක්‍ර පෘෂ්ඨයේ මායිමේ පීඩනය

$$\frac{P}{\rho} = F(t) - 2u^2 \sin^2\theta + \dot{u}\, 2a\cos\theta$$

බව පෙන්වන්න.

Q6. (a) සුපුරුදු අංකනයෙන්, පරිපූර්ණ තරල චලිතය සඳහා වූ ඔයිලර්ගේ චලිත සමීකරණය

$$\frac{D\vec{q}}{Dt} = \vec{F} - \frac{1}{\rho}\nabla p$$

ලබා ගන්න.

(b) ඝනත්වය ρ වන අරීයව කම්පනය වන අනන්ත අසම්පීඩ්‍ය තරලයක අරය R වන ගෝලයක් නිශ්චලතාවයේ ඇත. අනන්තයේ දී තරලය නිශ්චලතාවයේ ඇත. අනන්තයේ දී පීඩනය Π නම්, ඕනෑම වේලාවක ගෝලයේ පෘෂ්ඨය මත වූ පීඩනය

$$\Pi + \frac{1}{2}\rho\left\{\frac{d^2R^2}{dt^2} + \left(\frac{dR}{dt}\right)^2\right\}$$

බව පෙන්වන්න. ගෝලයේ අරය $R = a(2 + \cos nt)$ නම්, තරලයේ කුහරනය වැලක්වීමට Π හි අගය $3\rho a^2 n^2$ ට වඩා වැඩි විය යුතු බව පෙන්වන්න.

මතුසම්බන්ධයි...

Q7. (a) ද්විමාන ගැලීමක් සඳහා, සුපුරුදු අංකනයෙන්, සංකීර්ණ විභවය $w = f(z) = \varphi(x, y) + \hat{i}\psi(x, y)$ බව දී ඇත. තාත්වික අගීය ශ්‍රිත වන φ සහ ψ $\dfrac{\partial \varphi}{\partial x} = \dfrac{\partial \psi}{\partial y}$, $\dfrac{\partial \varphi}{\partial y} = -\dfrac{\partial \psi}{\partial x}$ කෝෂි-රීමාන් සමීකරණය තෘප්ත කරන බව පෙන්වන්න.

(b) දී ඇති ප්‍රවේග විභවය $\varphi = \dfrac{1}{2}\log\left[\dfrac{(x+a)^2 + y^2}{(x-a)^2 + y^2}\right]$ සඳහා විය හැකි වලිතයක් ඇති බව පෙන්වන්න.

තවද, කෝෂි-රීමන් සමීකරණය හාවිතයෙන් හෝ වෙනත් ආකාරයකින් අනාකූල ශ්‍රිතය

$$\psi = \tan^{-1}\left(\frac{-2ay}{x^2 + y^2 - a^2}\right)$$

බව පෙන්න්වන්න.

තවද $\nabla^2\psi = 0$ බව ද පෙන්වන්න.

ඉඟිය : $(\tan^{-1} x \pm \tan^{-1} y) = \tan^{-1}\left[\dfrac{x \pm y}{1 \mp xy}\right]$

~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~
~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~