කැලණිය විශ්වවිද්‍යාලය - ශ්‍රී ලංකාව

දුරස්ථ සහ අඛණ්ඩ අධ්‍යාපන කේන්ද්‍රය

විද්‍යාවේදී (සාමාන්‍ය) උපාධි තෙවන පරීක්ෂණය (බාහිර) - 2016 (නව නිර්දේශය)

2022 පෙබරවාරි

විද්‍යා පීඨය

ව්‍යවහාරික ගණිතය

AMAT E 3023 -ගණිතමය ආකෘති නිර්මාණය

ප්‍රශ්න පහකට (05) පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

ප්‍රශ්න සංඛ්‍යාව : 07 යි. පිටු සංඛ්‍යාව : 04 යි. කාලය : පැය 2 1/2 යි.

---

1) (a) $x(t)$ තනි සංගහනයක් විස්තර කිරීම සඳහා වූ ප්‍රවර්ධන ආකෘතිය $\frac{dx}{dt} = r\left(1 - \frac{x}{K}\right)x$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න. මෙහි $x(t)$ යනු මත්ස්‍ය සංගහනය ද, K යනු පරිසරයේ දරාගෙන යන ධාරිතාවය ද, r යනු සංගහනය වැඩිවීමේ සීඝ්‍රතාවය ද වේ.

(b) පහත අස්වනු නෙලීමේ ප්‍රවර්ධන ආකෘතිය සලකන්න:

$$\frac{dx}{dt} = r\left(1 - \frac{x}{K}\right)x - H,$$

මෙහි H යනු $H = qEx$ ආකාරයෙන් ලියනු ලැබූ අස්වනු නෙලීමේ සීඝ්‍රතාවය ද, E යනු මසුන් ඇල්ලීමේ ආයාසය සහ q යනු මසුන් ඇල්ලීමේ සංගුණකය වේ.

(i) සමතුලිත මත්ස්‍ය සංගහනය සොයා සමතුලිත ලක්ෂ්‍ය ආසන්නයේ ස්ථායිතාවය සාකච්ඡා කරන්න.

(ii) $qE < r$ විට තිරසාර අස්වනු නෙලීමක් (sustainable harvest) යටතේ තිරසාර අස්වනු ප්‍රතිලාභය සොයන්න (sustainable yield).

(iii) ප්‍රශස්ත මසුන් මැරීමේ ආයාසය E^* (optimal fishing effort) සොයන්න.

(iv) ප්‍රශස්ත මසුන් මැරීමේ ආයාසයේ දී උපරිම අස්වනු ප්‍රතිලාභය H^* සොයන්න.

(v) p යනු මත්ස්‍ය ඒකකයක මිල සහ c යනු මසුන් මැරීමේ ආයාසය ඒකකයක පිරිවැය යැයි ගනිමු. එවිට සමතුලිත ලක්ෂ්‍යයේ දී (break-even point) මසුන් මැරීමේ ආයාසය සොයන්න.

2) නිපැයුම් ආයතනයක් P_1 සහ P_2 භාණ්ඩ දෙකක් නිපදවයි. භාණ්ඩ දෙකේ ටොන් එකක් සඳහා ලැබෙන ලාභය පිළිවෙලින් රුපියල් 50 සහ 60 වේ. භාණ්ඩ දෙක නිපැයීම සඳහා වර්ග තුනක යන්ත්‍ර භාවිත කරනු ලැබේ. සතියක් සඳහා අවශ්‍ය යාන්ත්‍රික පැය ගණන සහ P_1 සහ P_2 වල ටොන් එකක් නිෂ්පාදනය කිරීමට අවශ්‍ය කාලය පහත වගුව මගින් දැක්වේ.

	යාන්ත්‍රික පැය ගණන		සතියකට වෙන්කළ මුළු පැය ගණන.
	භාණ්ඩ 1	භාණ්ඩ 2	
යන්ත්‍ර 1	1	2	300
යන්ත්‍ර 2	3	4	509
යන්ත්‍ර 3	4	7	812

මතු සම්බන්ධයි...

(i). ලාභය උපරිම කළහැකි පරිදි මෙම ගැටලුව රේඛීය ප්‍රකමණ ගැටළුවක් සේ ගොඩනගන්න.

(ii). ප්‍රශස්ත කලාපය අඳුරු කරමින් ඉහත ගැටලුව ප්‍රස්ථාරිකව විසඳන්න.

(iii). ලාභය උපරිම කිරීමට එක් එක් වර්ගයෙන් භාණ්ඩ කොපමණ නිෂ්පාදනය කල යුතුද?

(iv). උපරිම ලාභය කීයද?

3) (a) $\dot{\underline{x}} = A\underline{x},\ A \in \mathbb{R}^{n\times n}, \underline{x} \in \mathbb{R}^n$ හි විසඳුම $\underline{x}(t) = e^{At}\underline{v}$ යන්න

$$\underline{x}(t) = e^{\lambda t}\left[\underline{v} + t(A-\lambda I)\underline{v} + \frac{t^2}{2}(A-\lambda I)^2\underline{v} + \cdots + \frac{t^m}{m!}(A-\lambda I)^m\underline{v}\right]$$

ආකාරයෙන් ලිවිය හැකි බව පෙන්වන්න. මෙහි $\underline{v}$ යනු කිසියම් ධන නිඛිල $m < n$ සහ λ අදිශයක් සඳහා $(A-\lambda I)^m\underline{v} \neq 0$ සහ $(A-\lambda I)^{m+1}\underline{v} = 0$ වන පරිදි වූ දෛශිකයක් වේ.

(b). පහත ආරම්භක අගය ගැටළුව විසඳන්න.

$$\frac{d}{dt}\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ -4 & 1 & 0 \\ 3 & 6 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix},\ \begin{pmatrix} x_1(0) \\ x_2(0) \\ x_3(0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}.$$

4) (a) අමල්ට ලොතරැයියකින් ත්‍යාගයක් ලැබුණි. ඔහුට විකල්ප දෙකක තේරීමක් ලබා දී ඇත:

විකල්ප **A**: වසර 25ක් සඳහා සෑම මසකම ආරම්භයේදී ම ඩොලර් 1500 ක වාර්ෂික මුදලක් ලබා ගැනීම.
විකල්ප **B**: ඒ වෙනුවට එකවර මුදලක් ගැනීම.

අමල් B විකල්පය ගැනීමට තීරණය කරයි.

(i) 4% ක වාර්ෂික සඵල පොලී අනුපාතයක් (AER) යටතේ ඔහුට ලැබෙන මුදල කුමක්ද?

(ii) ඔහුට එකවර ලැබෙන මුදල, වාර්ෂික සඵල පොලී අනුපාතය 4% ක් ගෙවන ගිණුමක වසර 20ක් සඳහා ආයෝජනය කරයි. වසර 20 කට පසු අමල්ගේ ආයෝජනය කොපමණ වේද?

(b) නිහාල් ඔහුගේ නිවස මිලදී ගත්තේ 1975 දීය. ඔහු බැංකුවෙන් වසර 30ක් සඳහා වාර්ෂික පොලී අනුපාතය 9.8% යටතේ ණයක් ලබා ගත්තේය.
සෑම මසකම අවසානයේ දී ඔහුගේ මාසික ගෙවීම ඩොලර් 1260 කි. 1995 දී නිහාල් ණය ගෙවා අවසන් කිරීමට තීරණය කළේය. ඔහුට ගෙවීමට ඉතිරිව ඇති ණය මුදල කොපමණද?

මතු සම්බන්ධයි...

5) ගොදුරු (X) සහ විලෝපිකයන් (Y) ගේ සංගහනය විස්තර කිරීම සඳහා වූ පහත අස්වැන්න නෙළන විලෝපික-ගොදුර ආකෘතිය සලකන්න

$$\frac{dx}{dt} = rx - axy - qEx$$

$$\frac{dy}{dt} = ky - bxy - qEy$$

මෙහි $r, k, a, b \; > 0,\; qEx$ සහ qEy යනු අස්වනු නෙලීමේ සීඝ්‍රතාවය ද E යනු සතුන් ඇල්ලීමේ ආයාසය ද q යනු සතුන් ඇල්ලීමේ සංගුණකය ද සහ x සහ y යනු පිළිවෙලින් X සහ Y හි සංගහනයන් ද වේ.

(i). සමීකරණවල දකුණු පැත්තේ එක් එක් පදය සංගහනයේ හැසිරීම පිළිබඳව කුමක් පවසන්නේ ද?

(ii). පද්ධතියේ සමතුලිතතා ලක්ෂ්‍ය සලකා බලමින් අස්වනු නෙලීමේ වේගය අඩු වුවහොත් එවිට සමතුලිත විලෝපික සංගහන මට්ටම ද වැඩි වන බව පෙන්වන්න.

(iii). ගොදුර අතර ඇති තරඟ සැලකිල්ලට ගනිමින් ඉහත ආකෘතිය පහත ආකාරයට වැඩිදියුණු කළ හැකිය.

$$\frac{dx}{dt} = r\left(1 - \frac{x}{M}\right) - axy - qEx$$

$$\frac{dy}{dt} = ky - bxy - qEy$$

මෙහි M යනු පරිසරයේ රැගෙන යන ධාරිතාවය වේ.

පද්ධතියේ සමතුලිත ලක්ෂ්‍ය සොයා ස්ථායිතාව විශ්ලේෂණය කරන්න.

6) (a) තෙල් පිරිපහදුවක ගබඩා ටැංකියක පෙට්‍රල් ලීටර් 2000 ක් අඩංගු වන අතර එහි ආරම්භයේදී කිලෝග්‍රෑම් 100 ක සංරක්ෂණ ද්‍රව්‍යයක් ද්‍රාවණය වී ඇත. ශීත කාලගුණයට අනුගත වීම සඳහා ගැලුමකට සංරක්ෂණ ද්‍රව්‍යය කිලෝග්‍රෑම් 2 ක් අඩංගු පෙට්‍රල් 40 l/min අනුපාතයකින් ටැංකියට පොම්ප කරනු ලැබේ. හොඳින් මිශ්‍ර කළ ද්‍රාවණය 45 l/min අනුපාතයකින් ටැංකියෙන් ඉවතට පොම්ප කරනු ලැබේ.

(i). ඕනෑම t කාලයක දී ටැංකියේ ඇති සංරක්ෂණ ද්‍රව්‍යය ප්‍රමාණය කිලෝග්‍රෑම් වලින් y යැයි ගනිමු. ටැංකිය තුල y වෙනස්වීමේ සීඝ්‍රතාවය සඳහා අවකල සමීකරණයක් ගොඩනගන්න.

(ii). පොම්ප කිරීමේ ක්‍රියා වලිය ආරම්භකර මිනිත්තු 20 කට පසු ටැංකියේ ඇති සංරක්ෂණ ද්‍රව්‍යය ප්‍රමාණය කොපමණද?

(b) මධ්‍යම රාත්‍රියේ දී උෂ්ණත්වය 80^0F වන නාඳුනන පුද්ගල සිරුරක් සොයා ගන්නා විට හාත්පස පරිසරයේ උෂ්ණත්වය 70^0F වන නියතයකි. සිරුර වහාම මෝචරියට ගෙනගිය අතර එහි හාත්පස උෂ්ණත්වය 40^0F වේ. පැයකට පසුව සිරුරේ උෂ්ණත්වය 60^0F බව සොයා ගන්නා ලදී. පුද්ගලයා මියගිය වේලාව නිමානය කරන්න.

මතු සම්බන්ධයි...

7) A සහ B විශේෂ දෙකක් අතර තරඟ ආකෘතිය

$$\frac{dx}{dt} = 2x(1 - \frac{x}{2}) - xy$$

$$\frac{dy}{dt} = 3y(1 - \frac{y}{3}) - 2\,xy$$

මගින් ලබා දී ඇත. මෙහි $x(t)$ සහ $y(t)$ යනු පිළිවෙලින් A සහ B හි සංගහනයන් වේ.

(i) පද්ධතියේ සමතුලිත ලක්ෂ්‍ය සොයන්න.
(ii) සෑම සමතුලිත ලක්ෂ්‍යක් සදහාම ස්ථායීතා විශ්ලේෂණය සිදුකරන්න.
(iii) කලාප සටහන අදින්න.

--------------------ෆෆෆෆෆෆෆෆෆෆෆෆෆෆෆ-----------------------