



කැලණිය විශ්වවිද්‍යාලය - ශ්‍රී ලංකාව

දුරස්ථ සහ අධ්‍යවිද්‍යාල අධ්‍යාපන කේන්ද්‍රය

විද්‍යාවේදී (සාමාන්‍ය) උපාධි තෙවන පරීක්ෂණය (බාහිර) - 2016 (නව නිර්දේශය)

2022 පෙබරවාරි

විද්‍යා පීඨය

ව්‍යවහාරික ගණිතය

AMAT E 3013 - විචල්‍ය කිහිපයක ශ්‍රිත

ප්‍රශ්න පහකට (05) පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

ප්‍රශ්න සංඛ්‍යාව : 06 යි. පිටු සංඛ්‍යාව : 03 යි.

කාලය : පැය 2 1/2 යි.

01. $f = f(x, y)$ විචල්‍ය දෙකක තාත්වික අගය ශ්‍රිතයක ද්විත්ව සීමාව සහ පුනරාවර්ත සීමාව අර්ථ දක්වන්න.

(i) පහත සඳහන් සීමා පවතී නම් සොයන්න.

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy}{x^2+y^2}$$

සහ

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^4+y^4}{x^2+y^2}$$

(ii) $f(x, y) = 2016x + y + 2018$ යයි ගනිමු. ප්‍රථම මූලධර්ම භාවිතයෙන්, $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,1)} f(x, y) = 2019$ බව පෙන්වන්න.

02. (a) (a, b) ලක්ෂ්‍යයෙහිදී $f(x, y)$ ශ්‍රිතයෙහි සන්තතිකතාව අර්ථ දක්වන්න.

$$(b) f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^3-y^3}{x^2+y^2} & ; (x, y) \neq (0,0) \\ 0 & ; (x, y) = (0,0) \end{cases}$$

ශ්‍රිතය $(0,0)$ හිදී සන්තතික වන බව පෙන්වන්න.

මතු සම්බන්ධයි...

$$(c) \quad f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 y}{x^4 + y^2} & ; x^2 + y^2 \neq 0 \\ 0 & ; x = y = 0 \end{cases}$$

ශ්‍රිතය $(0,0)$ හිදී සන්තතික නොවන බව පෙන්වන්න.

03. (x, y) හිදී $f(x, y)$ තාත්වික අගය ශ්‍රිතයක අවකලනයකට අර්ථ දැක්වන්න.

(x, y) හිදී $f(x, y)$ අවකලනය නම්, සුපුරුදු අංකනයෙන්,

$$f(x + \Delta x, y + \Delta y) - f(x, y) = \frac{\partial f}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial f}{\partial y} \Delta y + O(\rho)$$

බව පෙන්වන්න, මෙහි $\rho = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2}$ වේ.

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{2xy^2}{x^2 + y^2} & ; (x, y) \neq (0,0) \\ 0 & ; (x, y) = (0,0) \end{cases} \text{ යයි ගනිමු.}$$

$f_x(0,0), f_y(0,0)$ සොයා $f(x, y), (0,0)$ හිදී අවකලනය නොවන බව පෙන්වන්න.

04. (a) $x = e^u \cos v$ සහ $y = e^u \sin v$ නම්

$$e^{-2u} \left(\frac{\partial^2 V}{\partial u^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial v^2} \right) = \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2}$$

බව පෙන්වන්න.

(b) $V = x^3 - xy + y^3$, $x = r \cos \theta$ සහ $y = r \sin \theta$ නම්

$$\left(\frac{\partial V}{\partial r} \right)^2 + \frac{1}{r^2} \left(\frac{\partial V}{\partial \theta} \right)^2 = (3x^2 - y)^2 + (3y^2 - x)^2$$

බව පෙන්වන්න.

මතු සම්බන්ධයි...

05. $f(x, y)$ ශ්‍රිතයකට (a, b) ලක්ෂ්‍යයෙහිදී උපරිමයක්, අවමයක් සහ නතිවර්තන ලක්ෂ්‍යයක් පැවතීම සඳහා ප්‍රමාණවත් අවශ්‍යතා කුලකයක් ලියා දක්වන්න.

(a) $f(x, y) = 3x^2y + y^3 - 3x^2 - 3y^2 + 2$ ශ්‍රිතයේ ස්ථානීය ආන්තික ලක්ෂ්‍යය සොයා ඒවා වර්ගීකරණය කරන්න.

(b) ලග්‍රාන්ජී ගුණක ක්‍රමය භාවිතයෙන් $x^2 + y^2 = 1$ අවශ්‍යතාවයට යටත්ව $f(x, y) = x^2 + y$ ශ්‍රිතයේ සියලු ආන්තික අගයයන් සොයන්න.

06. (a) අනුකල පටිපාටිය වෙනස් කිරීමෙන්

$$\int_0^1 \left\{ \int_0^{x^2} xy \, dy \right\} dx + \int_1^3 \left\{ \left\{ \int_0^{\frac{3-x}{2}} xy \, dy \right\} \right\} dx$$

අගයන්න.

(b) සුදුසු පරිණාමනයක් භාවිතයෙන්

$$\iint_D e^{\frac{x+y}{x-y}} dx \, dy = \frac{e^2-1}{4e}$$

බව පෙන්වන්න; මෙහි D යනු ශීර්ෂ $(0,0), (1,0)$ හා $(0,-1)$ හි වූ ත්‍රිකෝණාකාර ප්‍රදේශයයි.
