



කැලණිය විශ්වවිද්‍යාලය - ශ්‍රී ලංකාව

දුරස්ථ සහ අධ්‍යාපන අධ්‍යයන කේන්ද්‍රය

ශාස්ත්‍රවේදී (සාමාන්‍ය) උපාධි තෙවන පරීක්ෂණය (බාහිර) - 2021

2024 සැප්තැම්බර්

විද්‍යා පීඨය

ගුද්ධ ගණිතය

ශ්‍රීත අනුක්‍රම සහ රීමාන් අනුකලවාදය PMAT - E 3033

ප්‍රශ්ණ සංඛ්‍යාව: හත (07)යි පිටු සංඛ්‍යාව: තුන(03) යි කාලය: පැය දෙක හමාර(2 1/2)යි

ප්‍රශ්ණ පහකට (05) පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

01. (අ) S කුලකයක් මත අර්ථ දක්වන ලද $\{f_n(x)\}_{n \in \mathbb{N}}$ ශ්‍රීත අනුක්‍රමයක $f(x)$ ශ්‍රීතය මතට ලක්ෂීය වශයෙන් අභිසාරීවේ සහ ඒකාකාරී ලෙස අභිසාරීවේ යන පද අර්ථ දක්වන්න, මෙහි $S \subseteq \mathbb{R}$ වේ.

f_n යනු $f_n(x) = x^2 + \frac{x}{n}$ මගින් අර්ථ දක්වන ලද $f_n: [0,1] \rightarrow \mathbb{R}$ ශ්‍රීතය යයි ගනිමු, මෙහි $n \in \mathbb{N}$ වේ.

f_n ලක්ෂීය ලෙස අභිසාරී බව පෙන්වා එම සීමාවද සොයන්න.

(ආ) $\{f_n(x)\}_{n \in \mathbb{N}}$ ශ්‍රීත අනුක්‍රමය, $[0, b]$ ප්‍රාන්තරය තුළදී 0 ට ඒකාකාරී ලෙස අභිසාරී වුවද $[0,1]$ ප්‍රාන්තරය තුළදී ඒකාකාරී ලෙස අභිසාරී නොවන බව පෙන්වන්න, මෙහි

$$f_n(x) = \frac{x^n}{1+x^n} \text{ වන අතර } 0 < b < 1 \text{ වේ.}$$

(ඇ) $\{f_n(x)\}_{n \in \mathbb{N}}$ ශ්‍රීත අනුක්‍රමය $[0,1]$ ප්‍රාන්තරය තුළදී $f(x) = \begin{cases} 0 & 0 \leq x < 1 \\ 1 & x = 1 \end{cases}$ ට ලක්ෂීය ලෙස අභිසාරී වන බව පෙන්වන්න, මෙහි $f_n(x) = x^n$ වේ.

ශ්‍රීතයන්හි සන්තතිකතාවය සැලකීමෙන්, $\{f_n(x)\}_{n \in \mathbb{N}}$ ශ්‍රීත අනුක්‍රමය $f(x)$ ට ඒකාකාරී ලෙස අභිසාරී වේ දැයි නිර්ණය කරන්න.

මතු සමබන්ධයි...

(iii) $\int_0^1 x^3 dx$ හි අගය සොයන්න.

[ඔබට $\sum_{i=1}^n i^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$ ප්‍රතිඵලය භාවිතා කල හැකිය.]

06. (අ) $[a, b]$ ප්‍රාන්තරය තුළ සියලු සන්තතික ශ්‍රිත රීමාන් අනුකලය බව පෙන්වන්න.

(ආ) f ශ්‍රිතය රීමාන් අනුකලය නම් $|f|$ ද රීමාන් අනුකලය බව පෙන්වන්න.

(ඇ) f සහ g යනු $\int_a^b f = \int_a^b g$ වන පරිදි වූ සන්තතික ශ්‍රිත දෙකක් යයි ගනිමු.

$f(c) = g(c)$ වන පරිදි $c \in (a, b)$ පවතින බව පෙන්වන්න.

07. (අ) $\int_a^\infty f(x)dx$ සහ $\int_a^b g(x)dx$ විෂම අනුකල වල අභිසාරිතාවය අර්ථ දැක්වන්න, මෙහි $g(x)$ යනු $x = a$ හිදී සපර්යන්ත නොවන ශ්‍රිතයකි.

(ආ) පහත දැක්වෙන විෂම අනුකල වල අභිසාරිතාවය පරීක්ෂා කරන්න.

(i) $\int_1^\infty xe^{-x} dx$

(ii) $\int_0^3 \frac{1}{x-1} dx$

(iii) $\int_0^1 \frac{\ln x}{\sqrt{x}} dx$.
