කැලණිය විශ්වවිද්‍යාලය - ශ්‍රී ලංකාව

දූරස්ථ සහ අඛණ්ඩ අධ්‍යාපන කේන්ද්‍රය

විද්‍යාවේදී (සාමාන්‍ය) උපාධි තෙවන පරීක්ෂණය(බාහිර) – 2019/2011/2010

2024 - අගෝස්තු

විද්‍යා පීඨය

ශුද්ධ ගණිතය - PMAT E 3053 - ජ්‍යාමිතිය

ප්‍රශ්න පහකට (05) පමණක් පිළිතුරු සපයන්න. ප්‍රශ්නය(01) අනිවාර්ය වන අතර, ඉතිරි ප්‍රශ්න 05 න් ප්‍රශ්න හතර (04) කට පිළිතුරු සපයන්න.

ප්‍රශ්න සංඛ්‍යාව : හයයි (06) පිටු සංඛ්‍යාව: පහයි (05)

කාලය: පැය දෙක හමාරයි ($02\frac{1}{2}$)

---

(01)ඔබට පහත දී ඇති සියලුම බහුවරණ ප්‍රශ්න වලට පිළිතුරු සපයන්න. නිවැරදි පිළිතුරට අදාළ අකුර පහත දී ඇති වගුව තුළ සටහන් කරන්න. සෑම ප්‍රශ්නයකටම එක් අකුරක් පමණක් ලිවිය හැක.

ප්‍රශ්නය	පිළිතුර
(i)	
(ii)	
(iii)	
(iv)	
(v)	

ප්‍රශ්නය	පිළිතුර
(vi)	
(vii)	
(viii)	
(ix)	
(x)	

(i) මූලික සමීකරණය $ax^2 + 2hxy + by^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ මගින් සෘජු රේඛා යුගලයක් නිරූපණය කරන්නේ මින් කුමක්ද?

A. $abc + 2fgh + af^2 - bg^2 - ch^2 = 0$
B. $abc + 2fgh - af^2 - bg^2 - ch^2 = 0$
C. $abc + 2fgh + af^2 - bg^2 + ch^2 = 0$
D. $abc - 2fgh + af^2 - bg^2 - ch^2 = 0$
E. $abc - 2fgh - af^2 + bg^2 + ch^2 = 0$

(ii) $ax^2 + 2hxy + by^2 = 0$ මගින් නිරූපණය කරන රේඛාවන් අතර කෝණය කුමක්ද?

A. $tan^{-1}\left(\frac{\pm 2\sqrt{h^2-ab}}{a+b}\right)$
B. $tan^{-1}\left(\frac{\pm 2\sqrt{h^2+ab}}{a+b}\right)$
C. $tan^{-1}\left(\frac{\pm 2\sqrt{h^2-ab}}{a-b}\right)$
D. $tan^{-1}\left(\frac{2\sqrt{h^2-ab}}{a+b}\right)$
E. $tan^{-1}\left(\frac{2\sqrt{h^2-ab}}{a-b}\right)$

මතු සම්බන්ධයි...

(iii) දෙවන මාත්‍රයේ මූලික සමීකරණය $ax^2 + 2hxy + by^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ ඉලිප්සය නිරූපණය කරන්නේ $\Delta = \begin{vmatrix} a & h & g \\ h & b & f \\ g & f & c \end{vmatrix}$ මගින් නම් , පහත කුමන ප්‍රකාශයක් සත්‍ය වේද?

A. $h^2 < ab,\ \Delta \neq 0$
B. $h^2 \leq ab,\ \Delta \neq 0$
C. $h^2 = ab, \Delta \neq 0$
D. $h^2 > ab, \Delta \neq 0$
E. ඉහත කිසිවක් නොවේ.

(iv) භ්‍රමණ පරිණාමය භාවිතයෙන් (rotation transformation) $ax^2 + 2hxy + by^2 + c' = 0$ සමීකරණය $a'x'^2 + b'y'^2 + c' = 0$ බවට පරිවර්තනය කෙරෙන විට,

A. $a - b = a' + b'$ සහ $ab - h^2 = a'b' - h'^2$
B. $a + b = a' + b'$ සහ $ab + h^2 = a'b' - h'^2$
C. $a + b = a' + b'$ සහ $ab - h^2 = a'b' - h'^2$
D. $a - b = a' - b'$ සහ $ab - h^2 = a'b' - h'^2$
E. $a - b = a' + b'$ සහ $ab + h^2 = a'b' - h'^2$

(v) $y^2 = 4ax$ පරාවලයට, (x_1, y_1) ලක්ෂයේදී ඇඳි ස්පර්ශකයේ සමීකරණය කුමක්ද?

A. $yy_1 = a(x - x_1)$
B. $yy_1 = a(x + x_1)$
C. $yy_1 = 2a(x - x_1)$
D. $yy_1 = -2a(x + x_1)$
E. $yy_1 = 2a(x + x_1)$

(vi) රේඛාවක අක්ෂ වල ඇති ආකාරික රූපණ (projection) 3, 4, 12 නම්, රේඛාවේ දිග කොපමණද?

A. 12
B. 13
C. 14
D. 15
E. 10

(vii) තලයක කාටීසියන් සමීකරණය 5x - 2y + 3z = 9 ලෙස දක්වා ඇති නම්, අභිලම්බ තලයේ දිශානුපාතික අනුපාතයන් වන්නේ,

A. $(5, -2, 9)$
B. $(5, 2, 3)$
C. $(-5, 2, -3)$
D. $(5, -2, 3)$
E. $(-5, 2, 9)$

මතු සම්බන්ධයි...

(viii) කේන්ද්‍රය (a, b, c) සහ අරය r නම් ගෝලයේ සමීකරණය,

A. $(x+a)^2 + (y+b)^2 + (z+c)^2 = r^2$
B. $(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = r$
C. $(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = 0$
D. $(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = r^2$
E. $(x+a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = r^2$

(ix) x, y, සහ z අක්ෂවල අන්තඃඛණ්ඩය 2,3,4 නම් තලයේ සමීකරණය වන්නේ,

A. $6x + 4y + 3z = -12$
B. $6x + 4y + 3z = 12$
C. $6x - 4y - 3z = -12$
D. $6x + 4y - 3z = 12$
E. $6x - 4y + 3z = 12$

(x) නව අක්ෂ හරහා මූල් අක්ෂවලට සමාන්තර හා එම දිශාවට සංචාලනය වන පරිවර්තනයක්,

ප්‍රමාණයට හෝ ස්ථානයට වෙනසක් නොමැති වීමට නම් සිදු කල යුත්තෙ පහත සදහන් කුමක්ද?

A. විස්තාරණය කිරීම
B. පරිවර්තනය කිරීම
C. පරාවර්තනය කිරීම
D. භ්‍රමණය කිරීම
E. ඉහත කිසිවක් නොවේ.

මතු සම්බන්ධයි...

(02) (අ) දෙවන මාත්‍රයේ සෑම සමජාතීය සමීකරණයක්ම මූලාරම්භය හරහා ගමන් කරන සරල රේඛාවක් බව පෙන්වන්න.

(ආ) (i) $S \equiv ax^2 + 2hxy + by^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ සමීකරණය මගින් සරල රේඛා යුග්මයක් නිරූපණය කිරීම සඳහා අවශ්‍ය තාවය ප්‍රකාශ කර සාධනය කරන්න, මෙහි a, b, c, f, g සහ h නියත වේ.

(ii) $S \equiv x^2 + 5xy + 4y^2 + 3x + 2y + \lambda = 0$ සමීකරණය රේඛා යුග්මයක් නිරූපනය කිරීම සඳහා λ හි අගය සොයන්න.

(03) (අ) $ab - h^2 = 0$ යයි උපකල්පනය කරමු. සුදුසු බණ්ඩාංක අක්ෂ තෝරා ගැනීමෙන් $S \equiv ax^2 + 2hxy + by^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ සමීකරණය $y^2 = 4kx$ ආකාරයට ඌණනය කරන්න, මෙහි $af - gh \neq 0$.

(ආ) $S \equiv 9x^2 + 6xy + y^2 + 2x + 3y + 4 = 0$ මගින් පරාවලයක් නිරූපණය කරන බව පෙන්වන්න. එහි
(i) අක්ෂයේ සමීකරණය
(ii) නාභීය ලම්බයේ දිග

සොයන්න.

(04) (අ) සුපුරුදු අංකනයෙන්, $S \equiv ax^2 + 2hxy + by^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ කේතුකයට සහ $P_1 \equiv (x_1, y_1)$ සහ $P_2 \equiv (x_2, y_2)$ ලක්ෂ්‍යයන්ට සාපේක්ෂව යොවාෂිම්තාල්ගේ අනුපාත සමීකරණය

$$\lambda^2 S_{22} + 2\lambda S_{12} + S_{11} = 0$$

ව්‍යුත්පන්න කරන්න.

(ආ) $S \equiv ax^2 + 2hxy + by^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ කේතුකයට (x_1, y_1) දී ඇඳි ස්පර්ශකයේ සමීකරණය

$$S_1 \equiv axx_1 + h(x_1y + xy_1) + byy_1 + g(x + x_1) + f(y + y_1) + c = 0$$

බව පෙන්වන්න.

(ඇ) $S = x^2 + 4y^2 - 25$ නම් සහ $x^2 + 4y^2 = 25$ ඉලිප්සයක් නිරූපණය කරයි නම්, $P(0,0)$ ලක්ෂ්‍යයේ දී ඉලිප්සයට අඳින ලද ස්පර්ශකයේ සමීකරණය සොයන්න.

(05) (අ) $\overrightarrow{P_1Q_1}$ සහ $\overrightarrow{P_2Q_2}$ හි දිශා කෝසයින පිළිවෙලින් (l_1, m_1, n_1) සහ (l_2, m_2, n_2) සහ $\overrightarrow{P_1Q_1}$ සහ $\overrightarrow{P_2Q_2}$ අතර කෝණය θ නම්, $\cos\theta = l_1l_2 + m_1m_2 + n_1n_2$ බව පෙන්වන්න.

මතු සම්බන්ධයි...

(ආ) $\vec{r}$ යන්න $P(x, y, z)$ හි පිහිටුම් දෛශිකය නම්,

(i) $\vec{N}$ ට ලම්බක වන $P(x_1, y_1, z_1)$ හරහා ගමන් කරන තලයේ සමීකරණය ව්‍යුත්පන්න කරන්න.

(ii) ත්‍රිමානය තලයේ කාටීසියන් සමීකරණය ලබාගන්න.

(06) $x^2 + y^2 + z^2 + 2ux + 2vy + 2wz + d = 0$ සමීකරණය සලකන්න.

(අ) (i) ඉහත සමීකරණය මගින් සැම විටම ගෝලයක් නිරූපණය කරන බව පෙන්වන්න.

(ii) ඉහත ගෝලයෙහි කේන්ද්‍රය සහ අරය සොයන්න.

(ආ) (i) $x^2 + y^2 + z^2 = 14$ ගෝලයට (1,2,3) දී අදින ස්පර්ශක තලයේ සමීකරණය සොයන්න.

(ii) ඉහත ස්පර්ශක තලයට $Q(3,2,1)$ සිට ඇති දුර සොයන්න.

****