කැලණිය විශ්වවිද්‍යාලය - ශ්‍රී ලංකාව

විද්‍යාවේදී (සාමාන්‍ය) උපාධි ද්විතීය පරීක්ෂණය (බාහිර) - 2012

සංඛ්‍යානය හා ආගණනය - **STCT 201/STCS E2025**

ප්‍රශ්න සංඛ්‍යාව: හතයි (07) පිටු සංඛ්‍යාව : තුනයි (03) කාලය : පැය 03 යි

ප්‍රශ්න <u>05 කට පමණක්</u> පිළිතුරු සපයන්න

---

1 (අ) ලක්ෂ්‍ය නිමානයෙහි භාවිතා වන පහත සඳහන් ක්‍රම සැකෙවින් විස්තර කරන්න:

(i) ඝූර්ණ ක්‍රමය,
(ii) උපරිම භව්‍යතා නිමානක ක්‍රමය.

(ආ) පරාමිතීන් θ සහ k. සහිත $f(x;\theta,k)=\dfrac{\theta^k}{\Gamma(k)}x^{k-1}e^{-x\theta}$; $x>0$; $\theta,k>0$ මගින් දෙනු ලබන ගැමා ව්‍යාප්තියකින් ගන්නා ලද සසම්භාවී නියැදියක් සලකන්න. ඝූර්ණ ක්‍රමය භාවිතා කර θ සහ k සඳහා නිමානක සොයන්න.

2 (අ) ක්‍රාමර්-රාඕ අසමානතාවය ප්‍රකාශ කර සාධනය කරන්න.

(ආ) ස්වායත්ත නැහැසුම් n හි එක් එක් නැහැසුමකදී සාර්ථක වීම් ගනන $X_1, X_2, \ldots, X_n$ සසම්භාවී විචල්‍යය මගින් දක්වයි යයි සලකමු.;
මෙහි $p = \Pr$(ඕනෑම දෙන ලද නැහැසුමකදී සාර්ථක වීම) නොදන්නා පරාමිතියක් වේ.
එවිට $P_{X_i}(k;p) = p^k(1-p)^{1-k}, k = 0,1;\ 0 < p < 1$.
මුළු සාර්ථක වීම් ගනන, $X = X_1+X_2+\ldots+X_n$ යැයි සලකනු ලබන අතර $\hat{p} = \frac{X}{n}$ ලෙස අර්ථ දක්වමු.

(i) $\hat{p}$, p සඳහා අනභිනත බව පෙන්වන්න.
(ii) $var(\hat{p})$, යන්න $P_{X_i}(k;p)$ සඳහා වන ක්‍රාමර්-රාඕ යටත් පර්යන්තය සමග සන්සන්දනය කරන්නේ කෙසේද?

3 (අ) තනි ප්‍රමාණවත් සංඛ්‍යාතියක් සඳහා සාධක ප්‍රමේයය ප්‍රකාශ කරන්න.

(ආ) $\{X_1, X_2, \ldots, X_n\}$ යනු මධ්‍යන්‍යය θ වන පුවාසොන් සංගහනයකින් ලබාගන්නා ලද සසම්භාවී නියැදියක් යැයි ගනිමු.

(i) ඍජු ක්‍රමය භාවිතා කර $\sum_{i=1}^{n} X_i$ යන්න θ සඳහා ප්‍රමාණවත් බව පෙන්වන්න.
(ii) සාධක ප්‍රමේයය භාවිතයෙන් එම ප්‍රතිඵලය තහවුරු කරන්න.

4 (අ) $\{X_1, X_2, \ldots, X_n\}$ සහ $\{Y_1, Y_2, \ldots, Y_n\}$ යනු පිළිවෙලින් නොදන්නා මධ්‍යන්‍යයන් μ_X, μ_Y සහ නොදන්නා විචලතාවයන් σ_X^2, σ_Y^2 සහිත ප්‍රමත සංගහන දෙකකින් ගන්නා ලද සසම්භාවී නියැදීන් යැයි ගනිමු.
(i) නියැදීන් දෙක ස්වායත්ත යැයි,
(ii) නියැදීන් දෙක පරායත්ත යැයි,
උපකල්පනය කරමින් $\mu_X - \mu_Y$ සඳහා $100(1-\alpha)\%$ විශ්‍රම්භ ප්‍රාන්තරය ඔබ ලබාගන්නේ කෙසේදැයි පැහැදිලි කරන්න.

මතු සම්බන්ධයි..

(ආ) කොළ ආලෝකයට එරෙහිව රතු ආලෝකය කෙරෙහි මිනිසුන් ගේ ප්‍රතිචාර කාල සන්සන්දනය කිරීමට පරීක්ෂණයක් පවත්වනු ලැබිණි. රතු හෝ කොළ ආලෝකය සහිත සංඥාවක් කල විට ආලෝකය නිවීමට ස්විචය තද කරන ලෙස පුද්ගලයාට උපදෙස් දෙනු ලබයි. ස්විචය තද කරන විට ඔරලෝසුවක් ක්‍රියාවිරහිත කරනු ලබන අතර ප්‍රතිචාර කාලය තත්පර වලින් සටහන් කරනු ලබයි. පුද්ගලයන් 8 දෙනෙකුගේ ප්‍රතිචාර කාලයන් පහත ප්‍රතිඵල මගින් දෙනු ලබයි :

පුද්ගලයා	රතු (X)	කොළ (Y)
1	0.30	0.43
2	0.23	0.32
3	0.41	0.58
4	0.53	0.46
5	0.24	0.27
6	0.36	0.41
7	0.38	0.38
8	0.51	0.61

මෙම ගැටළුවට අදාල ඔබේ උපකල්පනයන් පැහැදිලිව සඳහන් කරමින්, $\mu_X - \mu_Y$ සඳහා 95% විශ්‍රම්භ ප්‍රාන්තරයක් ගොඩනගන්න. μ_X හා μ_Y යනු පිළිවෙලින් රතු ආලෝකය සහ කොළ ආලෝකය සඳහා මධ්‍යන්‍යය ප්‍රතිචාර කාලයයි.

5 (අ) පහත සඳහන් දෑ එක එකක් පිළිබඳ කෙටි සටහන් ලියන්න :

(i) සරල කල්පිතයක්,

(ii) සංයුත කල්පිතයක්,

(iii) වෙසෙසියා මට්ටම.

(ආ) කල්පිත පරීක්ෂාවේදී සාධාරිත භව්‍යතා අනුපාත පරීක්ෂාව ඔබ යොදාගන්නේ කෙසේදැයි පැහැදිලි කරන්න.

(ඇ) රසායනික ක්‍රියාවලියක මධ්‍යන්‍යය ඵලදාවට ඒවා කෙසේ බලපාන්නේද යන්න නිර්ණය කිරීම සඳහා උත්ප්‍රේරක දෙකක් විශ්ලේෂණය කරනු ලබයි. විශේෂයෙන් උත්ප්‍රේරක 1 දැනට භාවිතා වන නමුදු උත්ප්‍රේරක 2 පිළිගත හැකිය. උත්ප්‍රේරකය 2 ලාභදායක බැවින්, එය ක්‍රියාවලියෙහි ඵලදාව වෙනස් නොකරයි නම් එය පිළිගත යුතුය. පරීක්ෂණය ප්‍රධාන විද්‍යාගාරයෙහි සිදුකරනු ලබන අතර ප්‍රතිඵල දත්ත පහත වගුවෙහි පෙන්නුම් කරනු ලබයි :

නිරීක්ෂණ අංකය	උත්ප්‍රේරක 1	උත්ප්‍රේරක 2
1	91.50	89.19
2	94.18	90.95
3	92.18	90.46
4	95.39	93.21
5	91.79	97.19
6	89.07	97.04
7	94.72	91.07
8	89.21	92.75

මධ්‍යන්‍යය ඵලදාවන් අතර කිසියම් වෙනසක් තිබේද? $\alpha = 0.05$ භාවිතා කර, සම විචලතාවයන් උපකල්පනය කරන්න.

6 (අ) කල්පිත පරීක්ෂාවේදී භාවිතා වන පහත සඳහන් පද විස්තර කරන්න :

(i) අවධි පෙදෙස සහ අවධි අගය.

(ii) වෙසෙසියා මට්ටම.

(iii) I ප්‍රරූපයේ දෝෂය හා II ප්‍රරූපයේ දෝෂය.

(ආ) පරීක්ෂකවරයෙකු විසින් වෙසෙසි මට්ටම $\alpha = 0.05$ දී පහත සඳහන් කල්පිත පරීක්ෂාව සිදුකිරීමට බලාපොරොත්තු වන අතර $\mu = 25.75$ වන විට $1-\beta = 0.67$ විය යුතු බව අපේක්ෂා කරයි :

$$H_1 : \mu > 25.0$$

එරෙහිව

$$H_0 : \mu = 25.0$$

එම අරමුණ සාර්ථක කරගැනීම සඳහා අවශ්‍ය වන අවම (ලාභදායි) නියැදි තරම කොපමණද? මනින ලද විචල්‍යය, විචලතාවය $\sigma = 2.4$ වන ප්‍රමත ව්‍යාප්තියක් අනුගමනය කරන බව උපකල්පනය කරන්න. β යනු II ප්‍රරූපයේ දෝෂය සඳහා වන සම්භාවිතාවයයි.

7 (අ) නේමන්-පියර්සන් උපසාධ්‍යය ප්‍රකාශ කර සාධනය කරන්න.

(ආ) $\sigma^2 = 1$ සහිත ප්‍රමත සංගහනයකින් තරම n වූ සසම්භාවී නියැදියක් $\mu_1 > \mu_0$ විට වෛකල්පිත කල්පිතය $\mu = \mu_1$ ට එරෙහි $\mu = \mu_0$ අප්‍රතිෂ්ඨය කල්පිතය පරීක්ෂා කිරීමට යොදාගනු ලබයි. තරම α වූ ප්‍රබලතම අවධි පෙදෙස සෙවීම සඳහා නේමන්-පියර්සන් උපසාධ්‍යය භාවිතා කරන්න.

-------------//-------------