කැලණිය විශ්වවිද්‍යාලය ශ්‍රී ලංකාව

දූරස්ථ සහ අඛණ්ඩ අධ්‍යාපන කේන්ද්‍රය

ශාස්ත්‍රවේදී(සාමාන්‍ය) උපාධි දෙවන පරීක්ෂණය (බාහිර) - 2016

2025 ජුනි

ව්‍යවහාරික ගණිතය

AMAT E 2025 - සංඛ්‍යාත්මක ක්‍රම

ප්‍රශ්න සංඛ්‍යාව: හතයි (07) පිටු සංඛ්‍යාව: තුනයි (03) කාලය: පැය තුනයි (03)

ප්‍රශ්න හයකට (06) පමණක් පිළිතුරු සපයන්න .

Q1. (a) එක් ශිෂ්‍යයෙක් විසින් කාමරයක උස මැනීමේදී ඔහුට එය $3.215 \pm 1mm$ ලෙස ලැබුනි. තවත් ශිෂ්‍යයෙක් විසින් කුඩා සිලින්ඩරයක උස මැනීමේදී ඔහුට එය $0.075 \pm 1mm$ ලෙස ලැබුනි. වඩාත් නිරවද්‍ය වනුයේ කවර මිනුමද? හේතු දක්වන්න.

(b) සමච්ඡේදන ක්‍රමය සඳහා පාදක වන මූලික ප්‍රමේයය ප්‍රකාශ කරන්න.

(c) i. $[1, 1.5]$ ප්‍රාන්තරය තුළ $x^4 + x^3 - 3 = 0$ හි විසඳුමක් 10^{-2} ක නිරවද්‍යතාවයකට සන්නිකර්ෂණය කිරීමට අවශ්‍ය පියවර සංඛ්‍යාව සොයන්න.

ii. ඒ සඳහා ඔබ භාවිතා කරන ප්‍රමේයය පැහැදිලිව ලියා දක්වන්න.

iii. සමච්ඡේදන ක්‍රමය භාවිතා කර මෙම නිරවද්‍යතාව සහිත මූලය සොයන්න.

Q2. (a) ලග්‍රාන්ජ් අන්තර්නිවේශන සූත්‍රය භාවිතා කර $f(6)$ සඳහා අගය නිමානය කරන්න.

x	20	21	32	40	42
$f(x)$	5	8	15	54	75

(b) සුපුරුදු අංකනයෙන් පහත න්‍යාසයේ LU විසංයෝජනය සොයන්න.

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 4 & 4 & 4 & 4 \\ 4 & 4 & 3 & 3 & 3 \\ 3 & 3 & 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

(c) ඉහත LU විසංයෝජනය භාවිතයෙන් $A\overline{x} = \begin{pmatrix} -4 \\ 2 \\ 9 \end{pmatrix}$ යන පද්ධතියේ විසඳුම් සොයන්න.

මතුසම්බන්ධයි ...

Q3. (a) නිව්ටන්ගේ ප්‍රතීප අන්තර්නිවේශන සූත්‍රය

$$y(x) = y_n + u\nabla y_n + \frac{u(u+1)}{2!}\nabla^2 y_n + \cdots + \frac{u(u+1)\ldots(u+\overline{n-1})}{n!}\nabla^n y_n$$

මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න. මෙහි n යනු ඕනෑම ධන නිඛිලයක් ද, (x_0, y_0), (x_1, y_1), $\ldots$, (x_n, y_n) යනු දී ඇති ලක්ෂ්‍යයන් ද, $h = (x_1 - x_0)$, $\ldots$, $(x_n - x_{n-1})$ ද , $u = \dfrac{x - x_n}{h}$ ද, ∇y_n, $\nabla^2 y_n$, $\ldots$, $\nabla^{n-1} y_n$ යනු ප්‍රතීප අන්තර ද බව සලකන්න.

(b) පහත දී ඇති වගුව ඇසුරෙන් සුදුසු අන්තර්නිවේශන සූත්‍රයක් භාවිතා කර $f(42)$ සඳහා අගය නිමානය කරන්න.

x	20	25	30	35	40	45
$f(x)$	354	332	291	260	231	204

Q4. (a) පහත දී ඇති ඒකජ සමීකරණ පද්ධතියේ විසඳුම් සෙවීම සඳහා ගවුස් ඉවත් කිරීමේ මූලධර්මය භාවිතා කරන්න. සියලුම පේළි කර්මයන් පැහැදිලිව සඳහන් කරන්න.

$$\begin{aligned} 2x_1 + x_2 + x_3 &= 1 \\ 4x_1 - 6x_2 &= 6 \\ -2x_1 + 7x_2 + 2x_3 &= 4 \end{aligned}$$

(b) පහත දී ඇති ඒකජ සමීකරණ පද්ධතියේ තත්ත්ව අගය ගනනය කරන්න. එමගින් එම පද්ධතියේ තත්ත්වය ප්‍රකාශ කරන්න. ඔබගේ පිළිතුර සනාථ කිරීමට හේතු දක්වන්න.

$$\begin{aligned} x_1 + 2x_2 &= 7 \\ x_1 + 3x_2 &= 2 \end{aligned}$$

(c) ජැකෝබියන් පුනංකරණ මූලධර්මය භාවිතයෙන් පහත දී ඇති ඒකජ සමීකරණ පද්ධතියේ විසඳුම් පුනංකරණ 3 ක් දක්වා සොයන්න. $({x_1}^0, {x_2}^0, {x_3}^0) = (0, 0, 0)$ ලෙස ගන්න.

$$\begin{aligned} 3x_1 - x_2 &= 6 \\ -x_1 + 5x_2 - 3x_3 &= 11 \\ -x_2 + 4x_3 &= 3 \end{aligned}$$

මතුසම්බන්ධයි ...

Q5. (a) i. සුපුරුදු අංකනයෙන් සිම්සන් නීතිය ප්‍රකාශ කරන්න. එම නීතිය භාවිතයෙන් $\int_0^1 x^2\,dx$ සඳහා අනුසිහුම අගයක් ලබාගන්න.

ii. ඉහත i කොටස මගින් ලැබෙන අනුසිහුම අගය හා හරිතම අගය අතර දෝෂය සොයන්න. මෙම දෝෂය අවම කර ගැනීමට සිම්සන් නීතිය වැඩි දියුණු කරන්නේ කෙසේද? මෙම වැඩි දියුණු කල ක්‍රමය ඉහත i කොටස සඳහා යොදා ගැනීමෙන් දෝෂය අඩු වන බව පෙන්වන්න.

(b) $n = 3$ සඳහා වූ ගවුස් වර්ගමාතිය ක්‍රමය භාවිතයෙන් $\int_1^{1.5} x^2 \ln x\,dx$ හි අනුසිහුම අගය ලබා ගන්න. $n = 3$ සඳහා වන මූල සහ සංගුණක පිළිවෙලින් 0.774596, 0, -0.774596 ද 0.55555, 0.88888, 0.555555 ලෙස සලකන්න.

Q6. (a) $f : [a,b] \to \mathbb{R}$ ශ්‍රිතය ලිප්ෂිට්ස් නියතය L සමඟ ලිප්ෂිට්ස් නියමය තෘප්ත කරන්නේ යැයි කීමෙන් අදහස් කරන්නේ කුමක්ද?

(b) $\dfrac{dy}{dt} = y' = y\cos t,\ 0 \le t \le 1,\ y(0) = 1$ අවකල සමීකරණයේ අනන්‍ය විසඳුමක් ඇති බව පෙන්වන්න. මේ සඳහා ඔබ භාවිතා කරන ප්‍රමේයය පැහැදිලිව ලියා දක්වන්න.

(c) ඉහත සඳහන් අවකල සමීකරණයේ $y(0.3)$ සඳහා විසඳුම ඔයිලර් සූත්‍රය භාවිතයෙන් සොයන්න. පියවර දිග $h = 0.1$ ලෙස සලකන්න.

(d) ඉහත අවකල සමීකරණය සඳහා $y = e^{\sin t}$ තථ්‍ය විසඳුමක් බව පෙන්වන්න. ඉහත (c) කොටස භාවිතයෙන් $t = 0.3$ හි තථ්‍ය දෝෂය ගණනය කරන්න. තවද දෝෂ පර්යන්තය ගණනය කර තථ්‍ය දෝෂය හා සංසන්දනය කරන්න.

Q7. (a) i. අඩුතම වර්ග මූලධර්මය යනු කුමක්ද?

ii. අඩුතම වර්ග මූලධර්මයේ මාත්‍රය එක වන අඩුතම වර්ග බහුපදය සඳහා ප්‍රමත සමීකරණ ව්‍යුත්පන්න කරන්න.

iii. පහත දී ඇති වගුවේ සඳහන් දත්තයන් භාවිතා කර $y = a_0 + a_1 x$ සමීකරණයේ a_0 හා a_1 සඳහා සුදුසුතම අනුසිහුම අගයන් ලබා ගන්න.

x	0	2	4	6	8
$f(x)$	130	123	119	86	62

(b) $\dfrac{dy}{dx} = y + x^2,\ y(2) = 2$ අවකල සමීකරණය රංගි කාටා (Rungee Kutta) ක්‍රමය භාවිතා කර $y(2.4)$ සොයන්න. $h = 0.2$ ලෙස ගන්න.

~~~~~~~~~~~~~~~~~~
~~~~~~~~~~~~~~~~~~