කැලණිය විශ්වවිද්‍යාලය -ශ්‍රී ලංකාව
දුරස්ථ හා අඛණ්ඩ අධ්‍යාපන කේන්ද්‍රය
විද්‍යාවේදී (සාමාන්‍ය) උපාධි ප්‍රථම පරීක්ෂණය (බාහිර)-2023 (නව නිර්දේශය)

2024 - අගෝස්තු

AMAT E 2015 (නැවත)

<u>ප්‍රශ්න හයකට (06) පමණක් පිළිතුරු සපයන්න</u>

ප්‍රශ්න සංඛ්‍යාව අටයි (08) පිටු සංඛ්‍යාව හතරයි (04) කාලය පැය තුනයි

---

1. A ලක්ෂ්‍යයක් වටා සිරස් තලයක නිදහසේ භ්‍රමණය විය හැකි දිග $2a$ හා ස්කන්ධය M වූ සුමට ඒකාකාර AB දණ්ඩක් දිගේ ස්කන්ධය m වූ සුමට මුදුවක් සර්පණය වෙයි. ආරම්භයේ දී පද්ධතිය නිසල වන අතර මුදුව A ට සිරස්ව ඉහළින්වූ B ලක්ෂයෙහි වෙයි. පද්ධතිය සීරුවෙන විස්ථාපනය කෙරේ නම්, දණ්ඩ උඩුඅත් සිරස සමග θ කෝණයක් සාදන විට පද්ධතියෙ හි ලග්‍රාන්ජියානුව

$$L=\frac{2}{3}Ma^2\dot{\theta}^2+\frac{1}{2}m[\dot{x}^2+(2a-x)^2\dot{\theta}^2]-Mga\cos\theta-mg(2a-x)\cos\theta,$$ ලෙස ලිවිය හැකි බව පෙන්වන්න; මෙහි x යනු B සිට මුදුවට ඇති දුර වෙයි. එනයින් පද්ධතිය සඳහා ලග්‍රාන්ජ් චලිත සමීකරණ ලබාගන්න.

$g\cos\theta>(2a-x)\dot{\theta}^2$, නම්, එවිට $\dot{x}>0$ බව සහ $\theta>\frac{\pi}{2}$ නම්, එවිට $\ddot{x}<0$ බව පෙන්වන්න.

පද්ධතිය සඳහා ශක්ති සංස්ථිති සමීකරණය ලියාදක්වා, AB ලුහු දණ්ඩක් නම්, මුදුව A අන්තය කරා ළඟාවනවිට, දණ්ඩ $\frac{\pi}{2}$ කෝණයකින් භ්‍රමණය වී ඇති බව ද, දණ්ඩට සාපේක්ෂව මුදුවේ ත්වරණය ශූන්‍යය වන බව ද පෙන්වන්න.

2. සුපුරුදු අංකනයෙන් අතථ්‍ය කාර්ය මූලධර්මය $\sum_{i=1}^{n}\underline{F}_i.\delta\underline{r}_i=\sum_{i=1}^{n}Q_i\,\delta q_i$ උපකල්පනය කිරීමෙන් ගතිමය පද්ධතියක් සඳහා $\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial\dot{q}_i}\right)-\frac{\partial T}{\partial q_i}=Q_i$, $i=1,2,\ldots,n$ ලග්‍රාන්ජ් සමීකරණ ලබාගන්න; මෙහි T යනු පද්ධතියේ චාලකශක්තිය වේ.

අරය a වූ ගෝලාකාර සුමට කුහරයක් ඇති ස්කන්ධය M වූ ඝනකයක් සුමට තිරස් මේසයක් මත නිසලව ඇති අතර ස්කන්ධය m වූ අංශුවක් කුහරයේ පහත්ම ලක්ෂයේ නිසලව ඇත. ඝනකයට තිරස් v_0 ප්‍රවේගයක් දෙනු ලැබෙයි. පද්ධතියේ L ලග්‍රාන්ජියානුව

$L = \frac{1}{2}\left[(M+m)^2\dot{x}^2 + 2ma\cos\theta\,\dot{x}\dot{\theta} + ma^2\dot{\theta}^2\right] - mga(1-\cos\theta)$ මගින් දෙනු ලබන බව ද, චලිත සමීකරණ,

$$(M+m)\dot{x} + ma\cos\theta\,\dot{\theta} = \text{නියතයක්.}$$

$$a\ddot{\theta} + \cos\theta\,\ddot{x} + g\sin\theta = 0$$

බව ද පෙන්වන්න; මෙහි x යනු M හි මුල් පිහිටුමෙහි සිට එයට ඇති දුර ද, θ යනු කුහරයේ අංශුවට ඇඳි අරය යටියත් සිරස අතර කෝණය ද වේ.

3. අ) හැමිල්ටන් සමීකරණ භාවිතයෙන් අවකාශයෙහි වූ ප්‍රක්ෂිප්තයක් සඳහා වූ චලිත සමීකරණ ලබා ගන්න.

ආ) පරිණාමන සමීකරණ කාලයෙන් ස්වායත්ත වූ විට විභව ශක්තිය ප්‍රවේගයෙන් ස්වායත්ත වන බව පෙන්වන්න.

ඇ) සුපුරුදු අංකනයෙන්, $\frac{dH}{dt} = \frac{\partial H}{\partial t}$ බව සාධනය කරන්න.

4. ස්කන්ධය M සහ අරය a වූ ඒකාකාර ඝන සිලින්ඩරයක අක්ෂය වටා අවස්ථිතිඝූර්ණය සොයන්න.

අරය b සහ අක්ෂය තිරස් වූ රළු කුහර සිලින්ඩරයක් තුල ස්කන්ධය M , අරය a , $(a < b)$ වූ ඒකාකාර ඝන සිලින්ඩරයක් පෙරලෙමින් පවතී. පහත්ම පිහිටීමේ දී චලනය වන සිලින්ඩරයේ කෝණික ප්‍රවේගය Ω වේ.

ඝන සිලින්ඩරය කුහර සිලින්ඩරය තුල සම්පූර්ණ වටයක් පෙරලීම සඳහා $3a^2\Omega^2 > 11g(b-a)$ විය යුතු බව පෙන්වන්න.

සිලින්ඩර අතර ඝර්ෂණ බලය සොයන්න.

5. දෙකෙළවර A සහ B වූ $2a$ දිග සැහැල්ලු දණ්ඩක් සුමට OC නම් තිරස් කම්බියක් මත ද OZ නම් සුමට සිරස්ව පහලට වූ කම්බියක් මත ද නිදහසේ සර්පණයවීමට හැකි පරිදි තබා ඇත. ස්කන්ධය m බැගින් වූ අංශු දෙකක් දණ්ඩේ දෙකෙලවරට ඇඳ ඇති අතර ස්කන්ධය M වූ පබළුවක් දණ්ඩ ඔස්සේ සර්පණය විය හැකි පරිදි තබා ඇත. සම්පූර්ණ පද්ධතිය OZ වටා ω නියත කෝණික ප්‍රවේයකින් භ්‍රමණය වීමට සලස්වනු ලැබේ . t කාලයේදී පබළුව B සිට $a+x$ දුරකින් පිහිටන විට දණ්ඩ උඩු සිරස සමඟ θ කෝණයක් සාදයි නම් පද්ධතියේ චාලක ශක්තිය

$$2ma^2[\dot{\theta}^2 + \omega^2 \sin^2\theta] + \frac{1}{2}M[\dot{x}^2 + (a^2 + 2ax\cos 2\theta + x^2)\dot{\theta}^2 + 2a\dot{x}\dot{\theta}\sin 2\theta + (a+x)^2\omega^2\sin^2\theta]$$

බව පෙන්වන්න.

6. A ලක්ෂ්‍යයක් වටා සිරස් තලයක නිදහසේ භ්‍රමණය විය හැකි දිග $2a$ හා ස්කන්ධය M ව _සුමට ඒකාකාර AB දණ්ඩක් දිගේ ස්කන්ධය m වූ සුමට මුදුවක් සර්පණය වෙයි. ආරම්භයේ දී පද්ධතිය නිසල වන අතර මුදුව A ට සිරස්ව ඉහළින්වූ B ලක්ෂයෙහි වෙයි. පද්ධතිය සීරුවෙන විස්ථාපනය කෙරේ නම්, දණ්ඩ උඩුඅත් සිරස සමඟ θ කෝණයක් සාදන විට පද්ධතියෙ හි ලග්‍රාන්ජියානුව

$$L = \frac{2}{3}Ma^2\dot{\theta}^2 + \frac{1}{2}m[\dot{x}^2 + (2a-x)^2\dot{\theta}^2] - Mga\cos\theta - mg(2a-x)\cos\theta,$$ ලෙස ලිවිය හැකි බව පෙන්වන්න; මෙහි x යනු B සිට මුදුවට ඇති දුර වෙයි. ඒනයින් පද්ධතිය සඳහා චලිත සමීකරණ ලබාගන්න.

$g\cos\theta > (2a-x)\dot{\theta}^2$, නම්, එවිට $\dot{x} > 0$ බව සහ $\theta > \frac{\pi}{2}$ නම්, එවිට $\ddot{x} < 0$ බව පෙන්වන්න.

පද්ධතිය සඳහා ශක්ති සංස්ථිති සමීකරණය ලියාදක්වා, AB ලුහු දණ්ඩක් නම්, මුදුව A අන්තය කරා ලඟාවනවිට, දණ්ඩ $\frac{\pi}{2}$ කෝණයකින් භ්‍රමණය වී ඇති බව ද, දණ්ඩට සාපේක්ෂව මුදුවේ ත්වරණය ශූන්‍යය වන බව ද පෙන්වන්න.

7. ආ) සාධාරිත ඛණ්ඩාංක $\theta, \emptyset, \psi$ භාවිතයෙන් සමමිතික බඹරයක් සඳහා පහත ලග්‍රාන්ජ් සමීකරණ ලබාගන්න.

$$A\ddot{\theta} - A\dot{\phi}^2 sin\theta cos\theta + C\dot{\phi} sin\theta(\dot{\psi} + \dot{\phi} cos\theta) - Mgh sin\theta = 0$$

$$\frac{d}{dt}[A\dot{\phi} sin^2\theta + C\, cos\theta(\dot{\psi} + \dot{\phi} cos\theta)] = 0$$

$$\frac{d}{dt}[C(\dot{\psi} + \dot{\phi} cos\theta)] = 0.$$

ආ) හැමිල්ටන් සමීකරණ භාවිතයෙන් සංයුක්ත අවලම්බයක් සඳහා පහත සමීකරණය ලබාගන්න.

$$\ddot{\theta} + \frac{mgh}{I} sin\theta = 0$$

8. O ලක්ෂ්‍යයක් වටා අංශු පද්ධතියක $\underline{H}_0$ කෝණික ගම්‍යතාව අර්ථ දක්වන්න..

සුපුරුදු අංකනයෙන්, O ඔස්සේ යන අක්ෂයක 'වටා $\underline{\omega}$ කෝණික ප්‍රවේගයෙන් භ්‍රමණය වන දෘඩ වස්තුවක් සඳහා $\underline{H}_0 = \sum m_i [r_i^2 \underline{\omega} - (\underline{r}_i . \underline{\omega}) \underline{r}_i]$ ලෙස ලිවිය හැකි බව පෙන්වන්න. සුපුරුදු අංකනයෙන්, O හි දී සෘජකෝණාස්‍ර කාටීසීය අක්ෂ තුනක් දිගේ $\underline{H}_0$ හි H_x, H_y, H_z සංරචක

$$\begin{pmatrix} H_x \\ H_y \\ H_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & -F & -E \\ -F & B & -D \\ -E & -D & C \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{pmatrix}$$

ආකාරයෙන් ප්‍රකාශ කල හැකි බව පෙන්වන්න.

ඒනයින්, සාධාරණ වශයෙන්, $\underline{H}_0 = n\,\underline{\omega}$ වන පරිදි O හි අනෝන්‍ය වශයෙන් ලම්බ වූ අක්ෂ තුනක් ඇති බව පෙන්වන්න; මෙහි n යනු අදිශයකි . තවද $\underline{H}_0 = n\,\underline{\omega}$ සමීකරණය සපුරාලන n_1, n_2, n_3 අගය තුන ඉහත සඳහන් අක්ෂ තුන වටා වස්තුවේ අවස්ථිති ඝූර්ණ බව ද , ඉහත සඳහන් අක්ෂ දෙක බැගින් ගත් කල ඒ අනුබද්ධයෙන් වස්තුවේ අවස්ථිති ගුණිතය ශූන්‍ය බව ද පෙන්වන්න.

---///---