කැලණිය විශ්වවිද්‍යාලය - ශ්‍රී ලංකාව

දුරස්ථ සහ අඛණ්ඩ අධ්‍යාපන කේන්ද්‍රය

විද්‍යාවේදී (සාමාන්‍ය) උපාධි ද්විතීය පරීක්ෂණය (බාහිර) - 2016 (නව නිර්දේශය)

2022 පෙබරවාරි

විද්‍යා පීඨය

ව්‍යවහාරික ගණිතය

AMAT E 2015 - යාන්ත්‍රික විද්‍යාව 11

ප්‍රශ්න හයකට (06) පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

ප්‍රශ්න සංඛ්‍යාව : 08 යි. පිටු සංඛ්‍යාව : 04 යි. කාලය : පැය 3 යි.

---

1. (a) දිග L සහ ස්කන්ධය m වූ සරල අවලම්බයක් සඳහා ලග්රාන්ජ් චලිත සමීකරණ ලබා ගන්න.

   (b) ස්කන්ධය m වූ අංශුවක ඒකමාන චලිතයෙහි ලග්රාන්ජියානුව පහත දී ඇත.

$$L = \frac{m^2\dot{x}^4}{12} + m\dot{x}^2V(x) - V^2(x)$$

   මෙහි V යනු x හි අවකල්‍ය ශ්‍රිතයකි.

   $x(t)$ සඳහා චලිත සමීකරණ ලබා ගන්න.

2. (a) ඒකමාන පද්ධතියක හැමිල්ටෝනියානුව H පහතින් දී ඇත.

$$H = \frac{p^2}{2} - \frac{1}{2q^2},$$

   මෙහි

$$D = \frac{pq}{2} - Ht$$

   යනු චලිතයේ නියතයක් බව පෙන්වන්න.

   (b) ඉහත කොටසේ ව්‍යුත්පන්නයක් ලෙස, තලයක චලිතයක් සඳහා පහතින් දී ඇති හැමිල්ටෝනියානුව සලකන්න.

$$H = |\mathbf{p}|^n - a|\mathbf{r}|^{-n} = (p_1^2 + p_2^2 + p_3^2)^{n/2} - a(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2)^{-n/2}$$

මෙහි $\mathbf{p} = (p_1, p_2, p_3)$ යනු ගම්‍යතාව වන අතර $\mathbf{r} = (x_1, x_2, x_3)$ පිහිටුම් දෛශිකයයි.

$$D = \frac{\mathbf{p}\cdot\mathbf{r}}{n} - Ht$$

යනු චලිතයේ නියතයක් බව පෙන්වන්න.

3. (a) $xy-$ තලය මත චලනය වන අංශුවක ප්‍රවේගය සැමවිටම $x-$ අක්ෂය මත වූ ලක්ෂ්‍යයක් දෙසට යොමු වීමට සකසා ඇත. මෙම ලක්ෂ්‍යයේ තිරස්ඛණ්ඩාංකය $f(t)$ නම් කාලයෙහි ශ්‍රිතයකින් දෙනු ලැබේ.

   අවකල්‍ය නමුත් අභිමත $f(t)$ ශ්‍රිතය සඳහා, සංරෝධය පරිකල්‍ය නොවන බව පෙන්වන්න.

   (b) තලයක් මත චලනය වන අංශුවක් මත බල කේන්ද්‍රය දෙසට ක්‍රියා කරන්නාවූ F බලයක් වේ (පහතින් දී ඇත). මෙහි r යනු අංශුව බල කේන්ද්‍රයට ඇති දුර වේ.

$$F = \frac{1}{r^2}\left(1 - \frac{\dot{r}^2 - 2\ddot{r}r}{c^2}\right)$$

   (i). මෙවැනි බලයක් මගින් ජනිත කරන සාධාරිත විභවය සොයන්න.

   (ii). ඉහත (i) කොටස භාවිත කරමින්, තලයක් මත ඇතිවන චලිතය සඳහා ලග්රාන්ජියානුව සොයන්න.

4. පහත දැක්වෙන පරිණාමනය සලකන්න:

$Q = \log(1 + q^{1/2}\cos p)$

$P = 2(1 + q^{1/2}\cos p)q^{1/2}\sin p$

   (a) q සහ p සෞත්‍රික ඛණ්ඩාංක නම් Q, P ද සෞත්‍රික ඛණ්ඩාංක බව පෙන්වන්න.

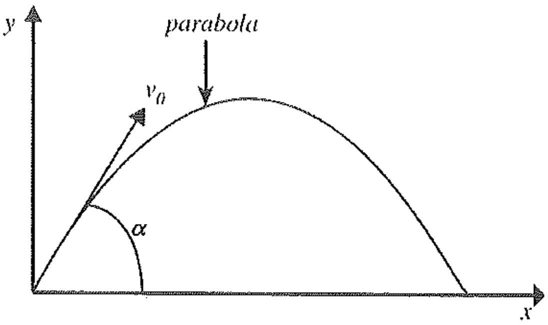
   (b) පහතින් දී ඇති,

$$F_3 = -(e^Q - 1)^2 \tan p$$

   ශ්‍රිතය මෙම පරිණාමනය ජනනය කරන බව පෙන්වන්න.

5. (a) හැමිල්ටෝනියානුව ලියා දක්වා,හැමිල්ටෝනියානුව චලිත සමීකරණ සුපුරුදු අංකනයෙන් ලබා ගන්න.

   (b) පෘථිවියෙහි ඒකාකාර ගුරුත්වාකර්ෂණ ක්ෂේත්‍රය තුළ, ස්කන්ධය m අංශුවක් ඉහළට ප්‍රක්ෂිප්ත කරනුයේ ප්‍රවේගය v_0 සහ තිරස් කෝණය α වන පරිදිය.



වායු ප්‍රතිරෝධය නොසලකා හරිමින් $U = 0$ සහ $y = 0$ ලෙස සලකන්න.

(i). අනුරූප හැමිල්ටෝනියානුව සොයන්න.

(ii). ඉහත (i) කොටස සහ දී ඇති ඛණ්ඩාංක භාවිත කොට ප්‍රවේගයෙහි $x-$ සහ $y-$ සංරචක කාලයෙහි ශ්‍රිතයන් ලෙස ලබා ගන්න.

6. (a) $\mathbf{p}$ සහ q යනු සෞත්‍රික විචල්‍ය වන අතර f, g යනු $\mathbf{p}, \mathbf{q}$ සහ t හි ශ්‍රිතයන් වේ. f සහ g හි පොයිසෝන් වරහන , $\{f, g\}$ අර්ථ දක්වන්න.

(b) ගතිමය පද්ධතියක් සඳහා, සෞත්‍රික පිහිටුම $\mathbf{r}$, සෞත්‍රික ඛණ්ඩාංකය $\mathbf{q}$, ගම්‍යතාව $\mathbf{p}$ සහ කෝණික ගම්‍යතාව $\mathbf{L} = \mathbf{r} \times \mathbf{p}$ යන දෛශිකයන් සලකන්න.

(i). පහතින් දී ඇති සමීකරණයන් සාධනය කරන්න:

$\{q_i, q_j\} = 0$

$\{p_i, p_j\} = 0$

$\{q_i, p_j\} = \delta_{ij}$

(ii). පහතින් දී ඇති පොයිසෝන් වරහන් ගණනය කරන්න.

$\{L_x, L_x\}$

$\{L_x, L_y\}$

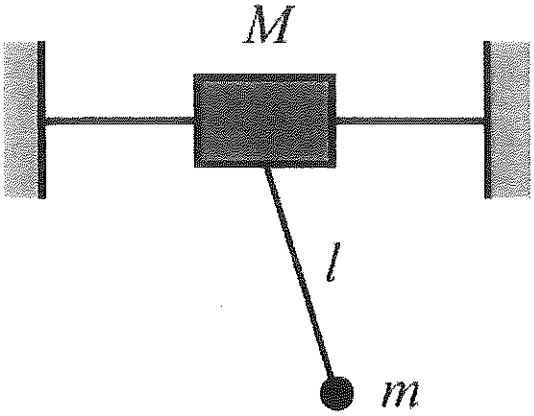
$\{L_y, L_x\}$

7. ස්කන්ධය m වූ අංශුවක්, g සිරස් නියත ගුරුත්වාකර්ෂණ ක්ෂේත්‍රයකට යටත් කොට ඇත. මෙය පොළොවට ඉහළින් ඇති උච්චය q මගින් නිර්නය කෙරේ. මෙම පද්ධතිය සඳහා හැමිල්ටෝනියානුව පහතින් දී ඇත

$$H(q, p) = \frac{p^2}{2m} + mgq.$$

නව ගම්‍යතාව P, $P = H$ ලෙස අර්ථ දක්වමින්, චක්‍රීය ඛණ්ඩාංක ලැබෙන පරිදි සෞත්‍රික පරිණාමනයක් සොයන්න.

8. M නම් ස්කන්ධයකට, ඝර්ෂණයක් නොමැති පීල්ලක් මත නිදහසේ සර්පණය විය හැක. දිග l සහ ස්කන්ධය m වූ සරල අවලම්භයක් M මගින් එල්ලා ඇත්තේ පහත රූපසටහනේ දැක්වෙන පරිදිය.



(a) මෙම පද්ධතිය සඳහා චලිත සමීකරණ ලබා ගන්න.

(b) කුඩා දෝලන සඳහා, සාමාන්‍ය විධි සහ එහි සංඛ්‍යාතයන් සොයන්න.