කැලණිය විශ්වවිද්‍යාලය - ශ්‍රී ලංකාව

දූරස්ථ සහ අඛණ්ඩ අධ්‍යාපන කේන්ද්‍රය

ශාස්ත්‍රවේදී (සාමාන්‍ය) උපාධි ප්‍රථම පරීක්ෂණය (බාහිර) - 2019

2023 අප්‍රේල්/ මැයි

විද්‍යා පීඨය

ශුද්ධ ගණිතය

විවික්ත ගණිතය I PMAT – E1025

ප්‍රශ්න සංඛ්‍යාව: අටයි (08) පිටු සංඛ්‍යාව: හතරයි (04) කාලය: පැය තුනයි (03)

ප්‍රශ්න හයකට (06) පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

Q1. (a) $A = \{a, b\}$ යයි ගනිමු. $\mathcal{P}(\mathcal{P}(A))$ හි අවයව ලියා දක්වන්න; මෙහි $\mathcal{P}(A)$ යනු A හි බල කුලකය වේ.

(b)

$$\overline{\overline{(A \cup B) \cap C} \cup \overline{B}}$$

ප්‍රකාශනය සුළු කරන්න.

(c) A, B, C යනු කුලක නම්,

$$A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$$

බව ඔප්පු කරන්න.

ඒනයින්, $C = A \cup B$ නම්,

$$A \times B \subseteq A \times C \subseteq C \times C$$

බව පෙන්වන්න.

Q2. (a) $X = \{(a, b, c) : a, b, c \in \mathbb{R}\}$ මත වූ

$$(a_1, b_1, c_1)\mathcal{R}(a_2, b_2, c_2) \iff (a_1, b_1, c_1) = k(a_2, b_2, c_2)$$

යන්නෙන් අර්ථ දක්වන ලද සම්බන්ධය සලකන්න; මෙහි $k \in \mathbb{R} - \{0\}$.

i. මෙය තුල්‍යතා සම්බන්ධයක් බව පෙන්වන්න.

ii. $[(1, 1, 1)]$ සහ $[(1, 0, 3)]$ එක් එක් තුල්‍යතා පන්තිවල අවයව තුනක් බැගින් ලියා දක්වන්න.

iii. මෙම සම්බන්ධයේ සියළුම තුල්‍යතා පන්තිවල සමාන අවයව ගණනක් අඩංගු වේ ද?

(b) $X = \{(a, b, c) : a, b, c \in \mathbb{Z}^+ \cup \{0\}\}$ මත වූ

$$(a_1, b_1, c_1)\mathcal{R}(a_2, b_2, c_2) \iff 2^{a_1}3^{b_1}5^{c_1} \leq 2^{a_2}3^{b_2}5^{c_2}$$

යනුවෙන් අර්ථ දක්වන ලද සම්බන්ධය පාර්ශ්වික පටිපාටියක් බව පෙන්වන්න.

Q3. (a) $f : A \to A$ යනු යටිකුරු කල හැකි ශ්‍රිතයක් යැයි ගනිමු. $n \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා

$$(f^n)^{-1} = (f^{-1})^n$$

බව ඔප්පු කරන්න.

(b) π සහ σ යනු $\mathbb{Z}$ සිට $\mathbb{Z}$ ට වූ

$$\pi(x) = x - 1 \text{ සහ } \sigma(x) = x + 1$$

ලෙස අර්ථ දක්වා ඇති ශ්‍රිත දෙකක් යැයි ගනිමු.
පහත ශ්‍රිත සොයන්න:

i. $(\pi \circ \sigma)(x)$, $(\sigma \circ \pi)(x)$

ii. π^2, π^3, $\pi^n \, (n \geq 2)$, σ^2, σ^3, $\sigma^n \, (n \geq 2)$

iii. π^{-2}, π^{-3}, $\pi^{-n} \, (n \geq 2)$, σ^{-2}, σ^{-3}, $\sigma^{-n} \, (n \geq 2)$

ඉඟිය:

$$\sigma^{-2} = \sigma^{-1} \circ \sigma^{-1} = (\sigma \circ \sigma)^{-1} = (\sigma^2)^{-1}.$$

Q4. (a)

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$$

න්‍යාසය සඳහා කේලි-හැමිල්ටන් ප්‍රමේයය සත්‍යාපනය කරන්න.

ඒනයින්

$$2A^5 - 3A^4 + A^2 - 4I$$

යන්න A හි රේඛීය බහුපදයක් ලෙස ප්‍රකාශ කරන්න.

(b) B යනු $B^3 = O$ වන පරිදි වූ $n \times n$ න්‍යාසයක් යැයි සලකමු. මෙහි O යනු ශූන්‍ය න්‍යාසය වේ.

$A = I_n - B$ නම් , A අපූර්ව නොවන බව සහ $A^{-1} = I_n + B + B^2$ බව පෙන්වන්න.

මෙහි I_n යනු $n \times n$ ඒකක න්‍යාසය වේ.

Q5. (a)

$$\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & k \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} e & b & h \\ d & a & g \\ f & c & k \end{vmatrix}$$

බව පෙන්වන්න.

(b)

$$\begin{vmatrix} \alpha & \beta & \gamma \\ \alpha^2 & \beta^2 & \gamma^2 \\ \beta+\gamma & \gamma+\alpha & \alpha+\beta \end{vmatrix} = (\beta-\gamma)(\gamma-\alpha)(\alpha-\beta)(\alpha+\beta+\gamma)$$

බව පෙන්වන්න.

(c) නිර්ණායකය ප්‍රසාරණය නොකර

$$\begin{vmatrix} a-b & b-c & c-a \\ b-c & c-a & a-b \\ c-a & a-b & b-c \end{vmatrix} = 0$$

බව ඔප්පු කරන්න.

Q6. (a)

$$x + 2y + z = 8,$$
$$2x + y + 3z = 13,$$
$$3x + 4y - \lambda z = \mu$$

සමගාමී සමීකරණ සඳහා

i. විසඳුමක් නොපවතින පරිදි

ii. අනන්‍ය විසඳුමක් පවතින පරිදි

iii. විසඳුම් අනන්ත සංඛ්‍යාවක් පවතින පරිදි

λ, μ අගයන් සොයන්න.

(b)

$$x + y + z = 1,$$
$$2x + y + 4z = k,$$
$$4x + y + 10z = k^2$$

සමීකරණ සඳහා විසඳුම් පවතින පරිදි k හි අගයන් සොයන්න.

එම k හි එක් එක් අගයන් සඳහා විසඳුම සොයන්න.

Q7. (a) “වැසි නොමැති නම් හෝ මීදුම නොමැති නම්, රුවල් ඔරු තරඟය සහ ජීවිතාරක්ෂක නිරූපණය පැවැත්වෙයි.”
“රුවල් ඔරු තරඟය පැවැත්වුණොත් කුසලානය ප්‍රදානය කරනු ලබයි.”
“කුසලානය ප්‍රදානය නොකරන ලදී.”

මගින්

“වැසි වසින ලදී” යන්න ගම්‍ය වන බව පෙන්වන්න.

(b)

$$\neg(p \wedge (\neg q \wedge r)) \vee (q \wedge r) \vee (p \wedge r) \iff r$$

බව පෙන්වන්න.

(c)

$$((p \vee q) \wedge \neg(\neg p \wedge (\neg q \vee \neg r))) \vee (\neg p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge \neg r)$$

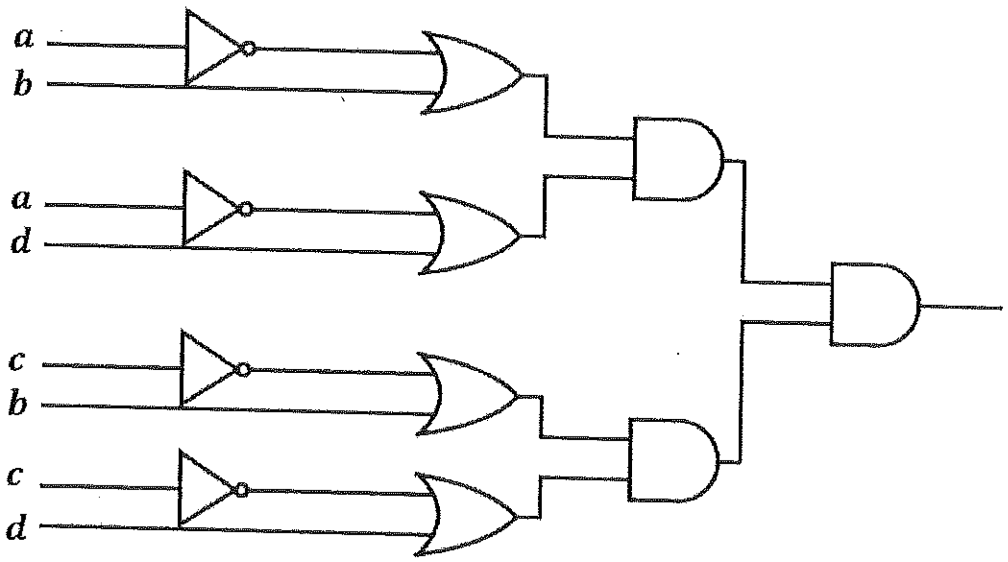
යනු පුනරුක්තියක් බව පෙන්වන්න.

Q8. (a) බූලීය වීජය භාවිතයෙන්

$$(a + b + c + d) \cdot (a + b + d) \cdot (a + c) = a + [c \cdot (b + d)]$$

බව ඔප්පු කරන්න.

(b) පහත පරිපථය සරල කර නැවත අඳින්න:



~~~~~~~~~~~~~~~~~~
~~~~~~~~~~~~~~~~~~