කැලණිය විශ්වවිද්‍යාලය - ශ්‍රී ලංකාව

දුරස්ථ සහ අඛණ්ඩ අධ්‍යාපන කේන්ද්‍රය

ශාස්ත්‍රවේදී (සාමාන්‍ය) උපාධි ප්‍රථම පරීක්ෂණය (බාහිර) - 2015

2020 පෙබරවාරි - අප්‍රේල්

විද්‍යා පීඨය

ශුද්ධ ගණිතය

විවික්ත ගණිතය I- PMAT – E1025

ප්‍රශ්න සංඛ්‍යාව : අට (08) යි. පිටු ගණන : හතරයි(04)යි කාලය : පැය තුන(03) යි

ප්‍රශ්න <u>(06)</u> කට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

---

1. A සහ B යනු X සාර්වත්‍ර කුලකයක උපකුලක දෙකක් යැයි ගනිමු.

(අ) ප්‍රථම මූලධර්ම භාවිතයෙන්, $A \cap B = \phi$ නම් හා නම්ම පමණක් $A \subseteq B'$ වේ යන්න සාධනය කරන්න.

(ආ) කුලක වීජයෙහි ගුණාංග භාවිතයෙන්,
(i) $A' \cap (A' \cap B)' = (A \cup B)'$
(ii) $(A - B) - (B - C) = (A - B)$
බව පෙන්වන්න.

(ඇ) $P(A \cap B) = P(A) \cap P(B)$ බව පෙන්වන්න, මෙහි $P(A)$ මගින් A හි බල කුලකය නිරූපණය වේ.

2. A නොහිස් කුලකයක් මත තුල්‍යතා සම්බන්ධයක් යන්නෙන් අදහස් කරන්නේ කුමක්දැයි අර්ථ දක්වන්න.

(අ) R යනු $\mathbb{Z}$ මත

$x + y$ ඉරට්ටේ සංඛ්‍යාවක් නම් හා නම්ම පමණක් xRy වේ

යන්නෙන් අර්ථ දක්වන ලද සම්බන්ධය යැයි ගනිමු.

(i) R යනු තුල්‍යතා සම්බන්ධයක් බව පෙන්වන්න.
(ii) R හි සියලුම ප්‍රභින්න තුල්‍යතා පන්ති සොයන්න.

(ආ) T යනු $\mathbb{Z}^+$ මත

$\frac{a}{b} = 2^i$ නම් හා නම්ම පමණක් xTy වේ, මෙහි $i \geq 0$ වේ.
යන්නෙන් අර්ථ දක්වන ලද සම්බන්ධය යැයි ගනිමු.
T යනු තුල්‍යතා සම්බන්ධයක් වේ දැයි නිර්ණය කරන්න.

මතු සම්බන්ධයි...

3. (අ) f ශ්‍රිතයක්

$$f(x) = \frac{3x-5}{2x-6}$$ මගින් අර්ථ දැක්වේ.

ශ්‍රිතය එකට එක සහ මතට වන පරිදි එහි වසම සහ පරාසය සොයන්න.
ශ්‍රිතයේ ප්‍රතිලෝමයද සොයන්න.

(ආ) f සහ g යනු එකට එක සහ මතට වූ ශ්‍රිත දෙකක් යැයි ගනිමු. ඒවායේ සංයුක්ත ශ්‍රිතය වන $f \circ g$ ද එකට එක සහ මතට වන බව පෙන්වන්න.

$f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ සහ $g: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ ශ්‍රිත පිළිවෙලින්

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 & x < 0 \\ x^2 & 0 \le x < 1 \\ 2x - 1 & 1 < x \end{cases}$$ සහ $g(x) = 3x + 1$ මගින් පිළිවෙලින් අර්ථ දක්වා ඇතැයි ගනිමු.

(i) f හි හි දළ ප්‍රස්තාරය ඇඳ දක්වන්න.

(ii) f සහ g ශ්‍රිත දෙකම එකට එක සහ මතට වන බව පෙන්වන්න.

(iii) $(f \circ g)^{-1}(x)$ සොයන්න.

[ඔබට $(f \circ g)^{-1}(x) = g^{-1}\left(f^{-1}(x)\right)$ ප්‍රතිඵලය භාවිතා කල හැක.]

4. (අ) $$A = \begin{pmatrix} \cos\theta & 0 & -\sin\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\theta & 0 & \cos\theta \end{pmatrix}$$ සහ $$B = \begin{pmatrix} \cos\theta & 0 & \sin\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\theta & 0 & \cos\theta \end{pmatrix}$$ යැයි ගනිමු.

$AB = BA = I$ බව පෙන්වන්න, මෙහි I යනු 3×3 ඒකක න්‍යාසය වේ.

එනයින් $$\begin{pmatrix} \cos\theta & 0 & -\sin\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\theta & 0 & \cos\theta \end{pmatrix}$$ න්‍යාසයෙහි ප්‍රතිලෝමය නිර්ණය කරන්න.

සුදුසු ක්‍රමයක් භාවිතයෙන් $$\begin{pmatrix} \cos\theta & 0 & -\sin\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\theta & 0 & \cos\theta \end{pmatrix}$$ න්‍යාසයෙහි ප්‍රතිලෝමය ගණනය කිරීමෙන් ඔබගේ පිළිතුර සත්‍යාපනය කරන්න.

(ආ) $$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 2 \\ -1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$ මගින් දෙනු ලබන A න්‍යාසය සලකන්න .

(i) $A^3 - 5A^2 + 2A + 10I = 0$ බව පෙන්වන්න .
(ii) A^{-1} පවතින බව අපෝහනය කරන්න .
(iii) (i) කොටස භාවිතයෙන් , A^{-1} සොයන්න.

මතු සම්බන්ධයි...

5. (අ) නිශ්චායකය ප්‍රසාරණය කිරීමෙන් තොරව $\begin{vmatrix} x+1 & x+2 & x+3 \\ x+4 & x+5 & x+6 \\ x+7 & x+8 & x+9 \end{vmatrix} = 0$ බව පෙන්වන්න .

(ආ) $\begin{vmatrix} 3 & 1 & x \\ -1 & 3 & 4 \\ x & 1 & 0 \end{vmatrix} = -30$ නම් , x හි අගය සොයන්න .

(ඇ) නිශ්චායකයන්හි ගුණාංග භාවිතයෙන්, $\begin{vmatrix} a+b & a & a \\ a & a+b & a \\ a & a & a+b \end{vmatrix} = b^2(3a+b)$ බව පෙන්වන්න .

6. (අ) (i) සුපුරුදු අංකනයෙන්,

$$\begin{aligned} x - 2y + z &= -1 \\ 3x + y - 2z &= 4 \\ y - z \quad &= 1, \end{aligned}$$

සමීකරණ පද්ධතිය $A\underline{x} = \underline{b}$ ආකාරයෙන් ලියා දක්වන්න.

(ii) සමීකරණ පද්ධතිටය අනන්‍ය විසඳුමක් පවතින බව පෙන්වන්න.

(iii) A හි ප්‍රතිලෝමය සොයන්න.

(iv) එනයින් ඒකජ සමීකරණ පද්ධතියෙහි විසඳුම සොයන්න.

(ආ) පහත සමීකරණ පද්ධතිය සලකන්නඃ

$$\begin{aligned} x + 5y + z &= 0 \\ x + 6y - z &= 0 \\ 2x + ay + bz &= c \end{aligned}$$

ඒකජ සමීකරණ පද්ධතිය සඳහා

(අ) අනන්‍ය විසඳුමක් පවතින පරිදි

(ආ) විසඳුම් අනන්ත සංඛ්‍යාවක් පවතින පරිදි

(ඇ) විසඳුමක් නොපවතින පරිදි

a, b සහ c නියතයන්හි අගය සොයන්න .ඔබ සමීකරණ පද්ධතිය විසඳීමට අවශ්‍ය නැත.

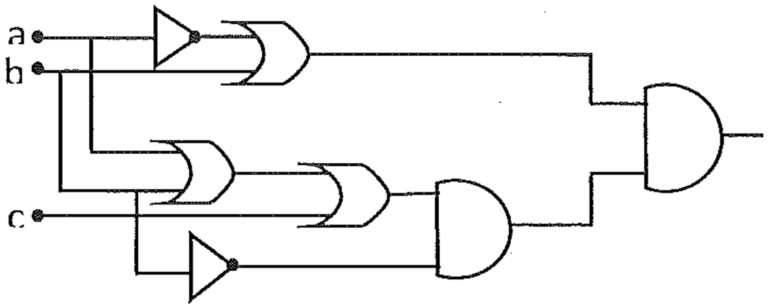
7. (අ) සත්‍යතා වගුවක් භාවිතයෙන් , $(p \leftrightarrow q) \leftrightarrow [(p \wedge q) \vee (\sim p \wedge \sim q)]$ ප්‍රස්තුතය පුනරුක්තයක් වේ දැයි නිර්ණය කරන්න .

(ආ) ප්‍රස්තුත වීජය භාවිතයෙන් , $\sim\big(p \vee (\sim p \wedge q)\big) \equiv \sim p \wedge \sim q$ බව පෙන්වන්න .

(ඇ) පහත තර්කනය වලංගු වේ දැයි නිර්ණය කරන්නඃ
"අමාලි තරඟය දිනුවේ නම් , සුමාලි දෙවැනියා හෝ බිමාලි තුන්වැනියා වේ . බිමාලි තුන් වැනියා වූයේ නැත .එම නිසා, සුමාලි දෙවැනියා වූයේ නැත්නම් , අමාලි තරඟය දිනන්නේ නැත ."

8. (අ) $B(+,\cdot,0,1)$ බූලීය වීජයක වූ a, b සහ c අවයව තුනක් සඳහා
$(a+c)(a\cdot b+a\cdot\overline{b})+a\cdot c+c=a+c$
බව සාධනය කරන්න .

(ආ) පහත දැක්වෙන සමායුක්ත පරිපථය සලකන්න.



(i) පරිපථය සඳහා අනුරූප බූලීය ශ්‍රිතය සොයන්න.
(ii) ඉහත (i)හි ලබාගත් බූලිය ශ්‍රිතය සුළු කරන්න.
(iii) අනුරූප සරල සමායුක්ත පරිපථයක් ඇඳ දක්වන්න.

---//---