



කැලණිය විශ්වවිද්‍යාලය - ශ්‍රී ලංකාව

පුරස්ථ සහ අධ්‍යාපන අධ්‍යක්ෂ ජනරාල්

ශාස්ත්‍රවේදී (සාමාන්‍ය) උපාධි ප්‍රථම පරීක්ෂණය (බාහිර) - 2012/13

2015 දෙසැම්බර් - 2016 පෙබරවාරි

ශුද්ධ ගණිතය

PMAT - 1025 විවික්ත ගණිතය I

ප්‍රශ්න සංඛ්‍යාව : අටයි. (08)

පිටු සංඛ්‍යාව : හතරයි. 04යි

කාලය : පැය තුනයි. (03)

ප්‍රශ්න හයකට (06) පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

1.  $A$  හා  $B$  යනු  $E$  සර්වත්‍ර කුලකය හි වූ ඕනෑම උපකුලක දෙකක් යැයි ගනිමු.

(අ) ප්‍රථම මූලධර්ම යොදා ගනිමින්

(i)  $(A \cap B)' = A' \cup B'$

(ii)  $(A - B) \cup (B - A) = (A \cup B) - (A \cap B)$

බව පෙන්වන්න.

(ආ) කුලක විච්ඡේදන භාවිතයෙන්

$(B - C) - (A - C) = A - (B \cup C)$  බව පෙන්වන්න.

(ඇ)  $\mathcal{P}(X)$  මගින්  $X$  හි බල කුලකය දැක්වෙතැයි ගනිමු.  $A \subseteq B$  නම්  $\mathcal{P}(A) \subseteq \mathcal{P}(B)$  බව සාධනය කරන්න.

2. (අ)  $R$  යනු  $A$  කුලකයක් මත අර්ථ දැක්වූ සම්බන්ධයක් යැයි ගනිමු.

(i)  $R$  යනු  $A$  මත තුල්‍යතා සම්බන්ධයක් වේ යන්නෙන් අදහස් වන දැක්

(ii)  $x \in A$  හි තුල්‍යතා පන්තිය වන  $[x]$  යන්නක්

අර්ථ දැක්වන්න.

(ආ)  $R$  යනු  $\mathbb{Z}^+ \times \mathbb{Z}^+$  මත පහත සඳහන් ආකාරයට අර්ථ දැක්වා ඇති සම්බන්ධයක් යැයි ගනිමු:

$(a, b)R(c, d)$  නම් හා නම්ම පමණක්  $a \cdot d = b \cdot c$ .

(i)  $R$  තුල්‍යතා සම්බන්ධයක් බව පෙන්වන්න.

(ii)  $(2, 3)$  හි තුල්‍යතා පන්තිය සොයා එය ප්‍රස්ථාරිකව නිරූපනය කරන්න.

(ඇ)  $A = \{1, 2, 3\}$  යැයි ගනිමු. පරාවර්තී හා සංක්‍රාමය වන නමුත් සමමිතිය නොවන පරිදි  $A$  මත සම්බන්ධයක් අර්ථ දැක්වන්න.

මතු සම්බන්ධයි...

3. (අ)  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  ශ්‍රිතය  $f(x) = \frac{x}{x^2+1}$  ලෙස අර්ථ දක්වා ඇතැයි ගනිමු.  $f$  ශ්‍රිතය

(i) එකට එක

(ii) මතට

වන්නේ දැයි නිර්ණය කරන්න.

(ආ)  $f: X \rightarrow Y$  හා  $g: Y \rightarrow Z$  යනු එකට එක එක වන පරිදි වූ ශ්‍රිත දෙකකි.  $g \circ f$  ශ්‍රිතය එකට එක වන බව පෙන්වන්න.

(ඇ)  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  ශ්‍රිතය  $f(x) = 3x - 1$  ලෙසත් හා  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  ශ්‍රිතය  $g(x) = ax + b$  ලෙසත් අර්ථ දක්වා ඇතැයි ගනිමු, මෙහි  $a$  හා  $b$  නියත වේ.  $(g \circ f)(x) = x$  වන පරිදි  $a$  හා  $b$  නියත සොයන්න.

4. (අ)  $A$  හා  $B$  යනු ගණය  $n$  වූ ප්‍රතිලෝම න්‍යාස නම්

$$\text{adj}(AB) = (\text{adj}B)(\text{adj}A) \text{ බව පෙන්වන්න.}$$

(ආ)  $A$  හා  $B$  අනුපූර්ව සමමිතික න්‍යාස නම්  $A^{-1}B$  සමමිතික න්‍යාසයක් බව පෙන්වන්න.

(ඇ) ගණිත අභ්‍යුහනය යොදා ගනිමින් නිවැරදි  $n \geq 1$  සඳහා

$$(A_1 + A_2 + \dots + A_n)^T = A_1^T + A_2^T + \dots + A_n^T \text{ බව ඔප්පු කරන්න.}$$

(ඈ)  $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$  යැයි ගනිමු.  $A^6 = I$  බව පෙන්වන්න. එනමින්  $A^{2017}$  සොයන්න.

5. (අ) සමමත අංකනයෙන් තාත්වික නිශ්චායකයෙහි අගය එහි ඕනෑම ජේලියක අවයව වලට වෙනත් ජේලියක අනුරූප අවයව  $k$  වලින් ගුණකර එකතු කිරීමෙන් වෙනසක් සිදු නොවන බව සාධනය කරන්න; මෙහි  $k$  තාත්වික නියතයකි.

$$(ආ) \begin{vmatrix} a-x & b-x & c \\ a-x & c & b-x \\ a & b-x & c-x \end{vmatrix} = 0$$

සමීකරණය විසඳන්න, මෙහි  $a, b$  හා  $c$  යනු තාත්වික සංඛ්‍යා වේ.

(ඇ) නිශ්චායක වල ගුණ භාවිතයෙන්

$$\Delta = \begin{vmatrix} a & b & b & b \\ a & b & a & a \\ a & a & b & a \\ b & b & b & a \end{vmatrix} \text{ සිලු කරන්න.}$$

මතු සම්බන්ධයි...

6. (අ) පහත දැක්වෙන සමීකරණ පද්ධතිය සලකන්න:

$$x + y = 2$$

$$y - z = 0$$

$$x + 2w = 1$$

$$x + y + z + \lambda w = \mu \text{ මෙහි } \lambda \text{ හා } \mu \text{ යනු පරාමිතීන් වේ.}$$

පද්ධතියට

- (i) අනන්‍ය විසඳුමක් පැවතීම,
- (ii) විසඳුම් අපරිමිත සංඛ්‍යාවක් පැවතීම, සහ
- (iii) විසඳුම් නොපැවතීම

සඳහා  $\lambda$  සහ  $\mu$  තෘප්තකල යුතු තත්ව සොයන්න.

(ආ)  $A\underline{x} = \underline{0}$  යනු විචල්‍ය  $n$  ගනනකින් යුත් සමීකරණ  $n$  සහිත පද්ධතියක න්‍යාස නිරූපණය යැයි ගනිමු; මෙහි  $\underline{0}$  මෙහි  $n \times 1$  ශුන්‍ය තීර දෛශිකය දැක්වේ.  $\det(A) \neq 0$  නම්, පද්ධතියේ එකම විසඳුම ශුන්‍ය විසඳුම බව පෙන්වන්න.

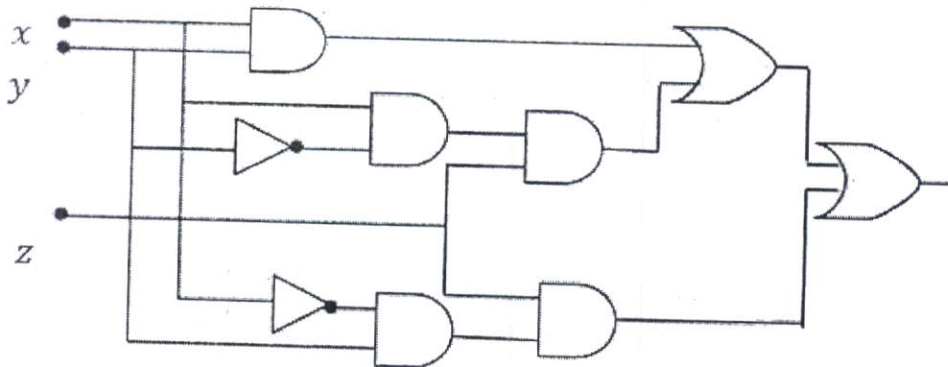
7. (අ) බුලීය වීජය  $(B, +, \cdot, 0, 1)$  සඳහා

(i) සියලු  $a, b \in B$  සඳහා  $(a + b) + (a' \cdot b') = 1$  බවද

(ii)  $a = 0$  නම් හා එනම් පමණක්  $b = (a \cdot b') + (a' \cdot b)$  බවද

පෙන්වන්න.

(ආ) පහත දැක්වෙන සමායුක්ත පරිපථය සලකන්න.



- (i) පරිපථය සඳහා අනුරූප බුලීය ශ්‍රිතය සොයන්න.
- (ii) බුලීය ශ්‍රිතය සුළු කරන්න.
- (iii) අනුරූප සරල පරිපථයේ දළ රූප සටහන අඳින්න.

8. (අ) සත්‍යතා වගුවක් භාවිතයෙන් පහත දැක්වෙන ප්‍රස්තුතය පුනරුක්තයක් දැයි නිර්ණය කරන්න:  
 $(p \rightarrow q) \leftrightarrow (\sim p \vee q)$

(ආ) ඔබ භාවිතා කරන ප්‍රතිඵල සඳහන් කරමින් ප්‍රස්තුත විෂය යොදා ගනිමින් පහත දැක්වෙන ප්‍රස්තුතය සුළු කරන්න:  $\sim(p \vee q) \wedge (\sim p \wedge (q \Rightarrow \sim p))$

(ඇ) පහත දැක්වෙන ප්‍රකාශයේ වලංගුතාවය නිර්ණය කරන්න:  
 “ඔබ විධිමත්ව පන්තියට පැමිණියහොත්, එවිට මෙම පාඨමාලා ඒකකය සමත්විය හැක. මෙම පාඨමාලා ඒකකය සමත්වීම ශිෂ්‍යත්වය ලබා ගැනීමට අනිවාර්ය වේ. එමනිසා ඔබ ශිෂ්‍යත්වය ලබාගෙන නැත්නම්, එවිට ඔබ පන්තියට විධිමත්ව පැමිණ නැත.”

(ඈ) පරස්පාඨ ක්‍රමය උපයෝගී කර ගනිමින්, 2 ට වඩා විශාල වූ ධන නිඛිලය  $k$  සඳහා,  $2^k - 1$  ප්‍රථමක නම් එවිට  $k$  ඔත්තේ නිඛිලයක් බව සාධනය කරන්න.

-----//-----