කැලණිය විශ්වවිද්‍යාලය - ශ්‍රී ලංකාව

දුරස්ථ සහ අඛණ්ඩ අධ්‍යාපන කේන්ද්‍රය

ශාස්ත්‍රවේදී (සාමාන්‍ය) උපාධි ප්‍රථම පරීක්ෂණය (බාහිර) - 2012/13

2015 දෙසැම්බර් - 2016 පෙබරවාරි

ව්‍යවහාරික ගණිතය

දෛශික වීජීය සහ දෛශික විශ්ලේෂණය - **AMAT E - 1015**

ප්‍රශ්න හයකට (06) පමණක් පිළිතුරු සපයන්න. කාලය පැය : 03 යි

ප්‍රශ්න සංඛ්‍යාව 08 යි. පිටු සංඛ්‍යාව : 03

---

1. (අ) AB සහ CD රේඛා E හිදී හමු වන අතර AC සහ BD රේඛා F හිදී හමු වේ. E සහ F හි පිහිටුම් දෛශික සොයන්න.

   AD සහ EF රේඛාවන්හි ඡේදන ලක්ෂ්‍යයෙහි පිහිටුම් දෛශිකය $\frac{1}{\lambda+1}\left(\lambda \underline{a}+\underline{b}\right)$ බව පෙන්වන්න, මෙහි λ යනු පරාමිතියකි.

   (ආ) $\underline{a}\times\left(\underline{b}\times\underline{c}\right)=\left(\underline{a}\cdot\underline{c}\right)\underline{b}-\left(\underline{a}\cdot\underline{b}\right)\underline{c}$ සර්වසාම්‍යය සාධනය කරන්න.

   $\underline{a}$, $\underline{b}$ සහ $\underline{c}$ ඒකක දෛශික යැයි ගනිමු. $\underline{b}$, $\underline{c}$ ට සමාන්තර නොවන අතර $\underline{a}\times\left(\underline{b}\times\underline{c}\right)=\frac{1}{2}\underline{b}$ වේ. $\underline{a}$ පිළිවෙලින් $\underline{b}$ සහ $\underline{c}$ සමඟ සාදන කෝණ වන α සහ β සොයන්න.

2. (අ) $2\underline{i}+\underline{j}-4\underline{k}$ දෛශිකයට සමාන්තරව $3\underline{i}-\underline{j}+\underline{k}$ ලක්ෂ්‍යය හරහා යන සරල රේඛාවේ සමීකරණය සොයන්න.

   (ආ) $\underline{r}=\left(-\underline{i}-3\underline{j}-5\underline{k}\right)+s\left(3\underline{i}+5\underline{j}+7\underline{k}\right)$ සහ

   $\underline{r}=\left(2\underline{i}+4\underline{j}+6\underline{k}\right)+t\left(\underline{i}+3\underline{j}+5\underline{k}\right)$ සරල රේඛා ඒකතල බව පෙන්වන්න, මෙහි s සහ t පරාමිති වේ.

මතු සම්බන්ධයි...

(ඇ) $\underline{v}\cdot(\underline{b}\times\underline{u})=\underline{v}\cdot(\underline{a}\times\underline{u})$ නම් පමණක් $\underline{r}=\underline{a}+k\underline{u}$ සහ $\underline{r}=\underline{b}+h\underline{v}$ සරල රේඛා ඡේදනය වන බව පෙන්වන්න, මෙහි h සහ k පරාමිති වේ.

3. (අ) මූල ලක්ෂ්‍යය හරහා යමින් $\underline{i}+2\underline{j}+3\underline{k}$ සහ $2\underline{i}-\underline{j}-\underline{k}$ දෛශිකයන්ට සමාන්තර වූ තලයේ සමීකරණය $\underline{r}=(t+2s)\underline{i}+(2t-s)\underline{j}+(3t-s)\underline{k}$ බව පෙන්වන්න, මෙහි s සහ t යනු පරාමිති වේ.

(ආ) $\underline{r}\cdot\left(2\underline{i}+3\underline{j}+\underline{k}\right)=7$ සහ $\underline{r}\cdot\left(3\underline{i}-2\underline{j}+5\underline{k}\right)=5$ තල අතර කෝණය සොයන්න.

(ඇ) $A=(3,1,2)$ සහ $B=(1,-2,-4)$ දී ඇති ලක්ෂ්‍යය දෙකක් යැයි ගනිමු. AB ට ලම්බකව B හරහා යන තලයේ සමීකරණය සොයන්න.

4. (අ) පරාමිතික සමීකරණ $x=e^{-t}, y=2\cos 3t, z=2\sin 3t$ වන වක්‍රයක් දිගේ අංශුවක් චලනය වේ, මෙහි t කාලය වේ. $t=0$ දී $\underline{i}-2\underline{j}+2\underline{k}$ දිශාවට එහි ප්‍රවේග සහ ත්වරණ සංරචක සොයන්න.

(ආ) චලනය වන අංශුවක t කාලයෙහිදී පිහිටුම් දෛශිකය $\underline{r}=\cos\omega t\,\underline{i}+\sin\omega t\ \underline{j}$ මගින් දෙනු ලැබේ, මෙහි ω නියතයකි.

(i) අංශුවෙහි $\underline{v}$ ප්‍රවේගය $\underline{r}$ ට ලම්බක වන බව සහ

(ii) $\underline{a}$ නියත දෛශිකයක් විට $\underline{r}\times\underline{v}=\underline{a}$ වන බව

පෙන්වන්න .

5. (අ) සෙරේ-ප්‍රෙනේ සූත්‍ර ලියා දක්වන්න.

$\frac{d\underline{r}}{ds}\cdot\frac{d^2\underline{r}}{ds^2}\times\frac{d^3\underline{r}}{ds^3}=\frac{\tau}{\rho^2}$ බව පෙන්වන්න, මෙහි τ සහ ρ යනු පිළිවෙලින් $\underline{r}=\underline{r}(s)$ අවකාශ වක්‍රයෙහි ව්‍යාවර්තනය සහ වක්‍රතා අරය වේ.

(ආ) $x=t-\frac{t^3}{3}, y=\ t^2, z=t+\frac{t^3}{3}$ අවකාශ වක්‍රය සලකන්න.

වක්‍රයෙහි (i) වක්‍රතාව κ සහ

(ii) ව්‍යාවර්තනය τ

සොයන්න.

මතු සම්බන්ධයි...

6. (අ) $\underline{v} = \underline{\omega} \times \underline{r}$ යැයි සිතමු. $\underline{\omega} = \frac{1}{2}\, curl\, \underline{v}$ බව සාධනය කරන්න, මෙහි $\underline{\omega}$ නියත දෛශිකයකි.

(ආ) $\left(0, \frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ ලක්ෂ්‍යයෙහිදී $div\, \underline{F}$ සොයන්න,

මෙහි $\underline{F} = xy \sin z\, \underline{i} + y^2 \sin x\, \underline{j} + z^2 \sin xy\, \underline{k}$ වේ.

(ඇ) $\underline{F} = (\sin y + z\cos x)\underline{i} + (x\cos y + \sin z)\underline{j} + (y\cos z + \sin x)\underline{k}$ දෛශික ශ්‍රිතය නිර්භ්‍රමණ බව පෙන්වන්න.

$\underline{F} = \nabla\phi$ වන පරිදි ϕ අදිශ ශ්‍රිතයක් සොයන්න.

7. (අ) සුපුරුදු අංකනයෙන් ,

(i) $grad\,(r^n) = nr^{n-2}\underline{r}$

(ii) $div\,(\phi\underline{A}) = \phi\, div\, \underline{A} + \nabla\phi \cdot \underline{A}$

(iii) $curl\,(\phi\underline{A}) = \phi\, curl\, \underline{A} + \nabla\phi \times \underline{A}$

බව සාධනය කරන්න.

(ආ) $\underline{a}$ සහ $\underline{b}$ යනු නියත දෛශික යැයිද $\underline{A}$ යනු දී ඇති දෛශිකයක් යැයිද ගනිමු.

(i) $\underline{A} \cdot \nabla\left(\frac{1}{r}\right) = -\frac{\underline{A}\cdot\underline{r}}{r^3}$

(ii) $div\,(\nabla(r^n)) = n(n+1)r^{n-2}$

(iii) $curl\,\left((\underline{r} \times \underline{a}) \times \underline{b}\right) = \underline{b} \times \underline{a}$

බව පෙන්වන්න.

8. (අ) අපසාරිතා ප්‍රමේයය ප්‍රකාශ කරන්න.

$x^2 + y^2 = 4$, $z = 0$ සහ $z = 3$ පෙදෙස පිරිවසමින් වූ $\underline{A} = 4x\underline{i} - 2y^2\underline{j} + z^2\underline{k}$ සඳහා අපසාරිතා ප්‍රමේයය සත්‍යාපනය කරන්න.

(ආ) $\iiint_V \frac{dV}{r^2} = \int_S \frac{\underline{r}\cdot\underline{n}}{r^2}\, dS$ බව සාධනය කරන්න.

(ඇ) සියලු C සංවෘත වක්‍ර සඳහා $\oint_C \underline{A} \cdot d\underline{r} = 0$ වීමට අනිවාර්යය සහ ප්‍රමාණවත් අවශ්‍යතාවය $curl\, \underline{A} = \underline{0}$ වීම බව පෙන්වීම සඳහා ස්ටෝක්ගේ ප්‍රමේයය භාවිත කරන්න.

//