කැලණිය විශ්වවිද්‍යාලය -ශ්‍රී ලංකාව
University of Kelaniya-Sri Lanka
බාහිරවිභාග අංශය
External Examinations Branch

විද්‍යා පීඨය - Faculty of Science
විද්‍යාවේදී (සාමාන්‍ය) උපාධි ප්‍රථම පරීක්ෂණය (බාහිර) - 2008
2010 ඔක්තෝබර්
Bachelor of Science (General) Degree First Examination (External) 2008
October -2010
සංඛ්‍යානය හා ආගණනය - STCT 101

ප්‍රශ්න සංඛ්‍යාව: අටයි (08)　　පිටු සංඛ්‍යාව : තුනයි (03)　　කාලය : පැය (03) තුනයි

ප්‍රශ්න 06 කට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

---

1 (a) (i) A සහ B යන ඕනෑම සිද්ධීන් දෙකක් සඳහා

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$ බව සාධනය කරන්න.

මෙම ප්‍රතිඵලය A, B සහ C යන ඕනෑම සිද්ධීන් තුනක් සඳහා විස්තීර්ණය කරන්න.

(ii) පුද්ගලයකු දන්ත වෛද්‍යවරයකු හමුවී ඔහුගේ දත් පිරිසිදු කර ගැනීමේ, කුහරයක් පුරවාගැනීමේ සහ දතක එනමලය (enamel) ඉවත් කරගැනීමේ සම්භාවිතා පිළිවෙලින් 0.44. 0.24 සහ 0.21 වේ. ඔහුගේ දත් පිරිසිදු කරගැනීමේ සහ කුහරයක් පුරවැගැනීමේ ද, දත් පිරිසිදු කිරීමේ සහ එනමලය ඉවත් කරගැනීමේ ද, කුහරයක් පිරවීමේ සහ එනමලය ඉවත් කරගැනීමේ ද සම්භාවිතා පිළිවෙලින් 0.08, 0.11 සහ 0.07 වේ. ඔහුගේ දත් පිරිසිදු කිරීම, කුහරයක් පිරවීම සහ එනමලය ඉවත් කරගැනීම යන ක්‍රියාකාරකම් තුනම සිදුකරගැනීමේ සම්භාවිතාවය 0.03 වේ. එම දන්ත වෛද්‍යවරයා හමුවීමට පැමිණෙන පුද්ගලයකු මෙම ක්‍රියාකාරකම් වලින් අඩුවශයෙන් එකක්වත් සිදුකරගැනීමේ සම්භාවිතාව ගණනය කරන්න.

(b) උපදේශක ආයතනයක් විසින් වාහන කුලියට සපයන A_1 සමාගමෙන් 60% ක් ද, A_2 සමාගමෙන් 30% ක් ද, A_3 සමාගමෙන් 10% ක් ද වන පරිදි මෝටර් රථ කුලියට ගනු ලබයි. A_1 සමාගමෙන් මෝටර් රථය කුලියට ගත් බව දී ඇති විට එන්ජිම සුසර කිරීමට (tune-up) අවශ්‍ය වීමේ සම්භාවිතාව 0.09 වේ. මෙම සම්භාවිතා A_2 හා A_3 සඳහා පිළිවෙලින් 0.20 හා 0.06 වෙයි. . උපදේශක සමාගම කුලියට ගත් මෝටර් රථයක එන්ජිම සුසර කිරීම අවශ්‍ය බව දී ඇත්නම් එය A_2 සමාගමෙන් කුලියට ගෙන තිබීමේ සම්භාවිතාව ගණනය කරන්න.

2 (a) (i) සුපුරුදු අංකනයෙන්, ද්විපද ව්‍යාප්තියක් සඳහා සම්භාවිතා ස්කන්ධ ශ්‍රිතය ලියා දක්වන්න.
(ii) ඉහත ද්විපද ව්‍යාප්තියේ ඝූර්ණ ජනක ශ්‍රිතය නිර්ණය කරන්න. ඒ නයින්, ව්‍යාප්තියේ මධ්‍යනයය හා විචලතාව සොයන්න.

(b) යන්ත්‍රයක් නියමාකාරයෙන් ක්‍රියාකරන විට එයින් නිපදවන ලද කොටස් වලින් 3% ක් දෝෂ සහිත වෙයි. මෙම යන්ත්‍රය මගින් නිපදවන ලද කොටස් 12 ක සසම්භාවී නියැදියක් දෝෂ සඳහා නිරීක්ෂණය කරන ලදී. මෙම අවස්ථාව ද්විපද ව්‍යාප්තියක් ලෙස ආදර්ශය කරන්න.

ඒ නයින්,
(i) තෝරාගත් නියැදියේ දෝෂ සහිත කොටස් එකකට වැඩියෙන්,
(ii) එවැනි නියදි දෙකකින් එක එකක දෝෂ සහිත කොටස් එකකට වැඩියෙන්,
තිබීමේ සම්භාවිතාවය ආගණනය කරන්න.

3 (a) (i) සුපුරුදු අංකනයෙන්, පරාමිති μ සහ σ වන ප්‍රමත ව්‍යාප්තියක් සඳහා සම්භාවිතා ඝනත්ව ශ්‍රිතය ලියා දක්වන්න.
(ii) ඉහත දී ඇති ප්‍රමත ව්‍යාප්තිය සඳහා මධ්‍යනයය හා විචලතාව නිර්ණය කරන්න

(b) එක්තරා බැංකුවක ක්‍රෙඩිට් කාඩ් (credit card) ගිණුම්වල ආපසු ගෙවීමේ කාලසීමාව පිළිබඳ දත්ත මූල්‍ය අංශය විසින් එක්රැස් කර ඇති අතර එය මධ්‍යන්‍යය දින 28 ක් සහ සම්මත අපගමනය දින 08 ක් සහිත ප්‍රමත ව්‍යාප්තියක් යැයි උපකල්පනය කෙරේ.

(i) ආපසු ගෙවීමේ කාල සීමාව දින 20 සහ දින 40 ඇතුලත පිහිටි ගිණුම් ප්‍රතිශතය ගණනය කරන්න.

(ii) ආපසු ගෙවීමේ වැඩිතම කාල සීමාව ඇති ගිණුම් 15% සඳහා සිහි කැඳවීමේ ලිපියක් යැවීමට බැංකු පරිපාලනය සැලකිලිමත් වෙයි. සිහි කැඳවීමේ ලිපියක් ලැබීමට පෙර ගිණුමක් කොපමණ දින ගණනක් ආපසු ගෙවීමකින් තොරව තිබිය යුතුදැයි ගණනය කරන්න.

(iii) දින 22 ක් හෝ ඊට පෙර ඉතිරි මුදල ගෙවන ගිණුම් සඳහා වට්ටමක් ලබාදීමට බැංකු පරිපාලනය කැමැත්තක් දක්වයි. මෙම වට්ටම ලබාගන්නා ගිණුම් වල ප්‍රතිශතය ගණනය කරන්න.

4 (a) X සසම්භාවී විචල්‍යයක් සඳහා ඝූර්ණ ජනන ශ්‍රිතය $M_x(t)$ අර්ථ දක්වන්න.

(b) Y සසම්භාවී විචල්‍යයෙහි සම්භාවිතා ඝනත්ව ශ්‍රිතය

$$f(y) = \begin{cases} \frac{\lambda}{2} e^{\frac{\lambda}{2}(y-3)} & ; \quad y > 3, \lambda > 0 \text{ නම්} \\ 0 & ; \quad \text{එසේ නොවනවිට} \end{cases}$$

(i) $M_y(t)$ සොයන්න.

(ii) X, පරාමිතිය λ සහිත ඝාතීය සසම්භාවී විචල්‍යයක් යැයි ගනිමු. $M_X(t)$ හා $M_Y(t)$ අතර සම්බන්ධතාවය කුමක්ද? ඒ නයින් X හා Y අතර සම්බන්ධතාවය සොයන්න.

5 (X,Y) ද්විමාන සසම්භාවී විචල්‍යයේ බද්ධ ව්‍යාප්තිය පහත සම්භාවිතා වගුව මගින් අර්ථ දක්වා ඇත:

		X		
		1	2	3
Y	2	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{12}$
	3	$\frac{1}{6}$	0	$\frac{1}{6}$
	4	0	$\frac{1}{3}$	0

(i) X සහ Y හි ආන්තතික සම්භාවිතා ස්කන්ධ ශ්‍රිත,

(ii) $P(X=Y)$,

(iii) $P(X=2$ හෝ $Y=4)$,

(iv) $P(X+Y \le 4)$,

(v) $E(Y \mid X=3)$,

සොයන්න.

6 X හා Y සසම්භාවී විචල්‍යයන්ට

$$f_{X,Y}(x,y)=\begin{cases}8xy & ;\ 0<x<y<1\\ 0 & ;\ \text{එසේ නොවනවිට}\end{cases}$$

මගින් දෙනු ලබන $f_{X,Y}(x,y)$ බද්ධ සම්භාවිතා ඝනත්ව ශ්‍රිතයක් ඇත.

(i) X හි ආන්තික සම්භාවිතා ඝනත්ව ශ්‍රිතය,

(ii) $Y=y$ බව දී ඇති විට, X හි අසම්භාව්‍ය සම්භාවිතා ඝනත්ව ශ්‍රිතය,

(iii) $\Pr\left(X\le 1/4 \mid Y=2/3\right)$,

(iv) $\Pr\left(X\le 1/2 \mid 1/2<Y<1\right)$,

සොයන්න.

7 (a) (i) සහසම්බන්ධතා සංගුණකය යන්නෙන් අදහස් කරනු ලබන්නේ කවරක් දැයි අර්ථ දක්වන්න.

(ii) $U=kX$ ද, $W=kY$ නම්; මෙහි k යනු නියතයක් වේ.
U හා W හි සහසම්බන්ධතා සංගුණකයත් X හා Y හි සහසම්බන්ධතා සංගුණකයත් එකම බව පෙන්වන්න.

(b) (i) $X+Y$ සහ $X-Y$ අතර සහසම්බන්ධතාවයක් නොතිබේ නම් එවිට, $Var(X)=Var(Y)$ බව පෙන්වන්න.

(ii) X සසම්භාවී විචල්‍යයට පහත දැක්වෙන විවික්ත සම්භාවිතා ව්‍යාප්තිය ඇත යැයි සිතමු:

x	-1	0	1
$P(X=x)$	$1/3$	$1/3$	$1/3$

$Var(X)$ ද , $Var(X^2)$ ද, X හා X^2 හි සහසම්බන්ධතා සංගුණකය ද ආගණනය කරන්න.

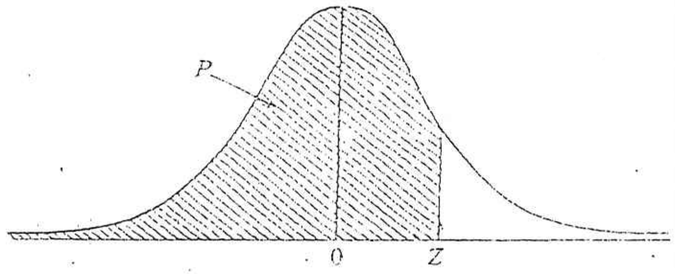
8. (a) පිළිවෙලින් පරාමිතීන් (μ_X,σ_X) සහ (μ_Y,σ_Y) සහිතව ප්‍රමතව ව්‍යාප්ත වී ඇති , X හා Y ස්වායත්ත සසම්භාවී විචල්‍ය දෙක ගනිමු. $X+Y$ හි සම්භාවිතා ව්‍යාප්තිය සොයන්න.

(b) සසම්භාවී ලෙස තෝරාගනු ලබන කාන්තාවකගේ වාර්ෂික ඇපල් පරිභෝජනය මධ්‍යනය කිග්‍රෑ. 19.9 සහ සම්මත අපගමනය කිග්‍රෑ 3.2 වන පරිදි ප්‍රමතව ව්‍යාප්ත වී ඇති බවද සසම්භාවීව තෝරා ගන්නා ලද පිරිමියෙකුගේ වාර්ෂික ඇපල් පරිභෝජනය මධ්‍යනය කිග්‍රෑ. 20.7 සහ සම්මත අපගමණය කිග්‍රෑ. 3.4 වන පරිදි ප්‍රමතව ව්‍යාප්තව ඇති බවද කෘෂිකර්ම දෙපාර්තමේන්තුවකින් ලත් දත්ත මගින් දැක්වෙයි. කාන්තාවක් සහ පිරිමියා සසම්භාවීව තෝරාගනු ලබන බව සලකන්න. කාන්තාව පිරිමියාට වඩා වැඩි ඇපල් ප්‍රමාණයක් පරිභෝජනය කිරීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

-----------------//-----------------

Z	P	Z	P	Z	P
-4.00	0.00003	-1.00	0.1587	1.05	0.8531
-3.50	0.00023	-0.95	0.1711	1.10	0.8643
-3.00	0.0014	-0.90	0.1841	1.15	0.8749
-2.95	0.0016	-0.85	0.1977	1.20	0.8849
-2.90	0.0019	-0.80	0.2119	1.25	0.8944
-2.85	0.0022	-0.75	0.2266	1.30	0.9032
-2.80	0.0026	-0.70	0.2420	1.35	0.9115
-2.75	0.0030	-0.65	0.2578	1.40	0.9192
-2.70	0.0035	-0.60	0.2743	1.45	0.9265
-2.65	0.0040	-0.55	0.2912	1.50	0.9332
-2.60	0.0047	-0.50	0.3085	1.55	0.9394
-2.55	0.0054	-0.45	0.3264	1.60	0.9452
-2.50	0.0062	-0.40	0.3446	1.65	0.9505
-2.45	0.0071	-0.35	0.3632	1.70	0.9554
-2.40	0.0082	-0.30	0.3821	1.75	0.9599
-2.35	0.0094	-0.25	0.4013	1.80	0.9641
-2.30	0.0107	-0.20	0.4207	1.85	0.9678
-2.25	0.0122	-0.15	0.4404	1.90	0.9713
-2.20	0.0139	-0.10	0.4602	1.95	0.9744
-2.15	0.0158	-0.05	0.4801	2.00	0.9772
-2.10	0.0179	0.00	0.5000	2.05	0.9798
-2.05	0.0202	0.05	0.5199	2.10	0.9821
-2.00	0.0228	0.10	0.5398	2.15	0.9842
-1.95	0.0256	0.15	0.5596	2.20	0.9861
-1.90	0.0287	0.20	0.5793	2.25	0.9878
-1.85	0.0322	0.25	0.5987	2.30	0.9893
-1.80	0.0359	0.30	0.6179	2.35	0.9906
-1.75	0.0401	0.35	0.6368	2.40	0.9918
-1.70	0.0446	0.40	0.6554	2.45	0.9929
-1.65	0.0495	0.45	0.6736	2.50	0.9938
-1.60	0.0548	0.50	0.6915	2.55	0.9946
-1.55	0.0606	0.55	0.7088	2.60	0.9953
-1.50	0.0668	0.60	0.7257	2.65	0.9960
-1.45	0.0735	0.65	0.7422	2.70	0.9965
-1	0.0808	0.70	0.7580	2.75	0.9970
-1.35	0.0885	0.75	0.7734	2.80	0.9974
-1.30	0.0968	0.80	0.7881	2.85	0.9978
-1.25	0.1056	0.85	0.8023	2.90	0.9981
-1.20	0.1151	0.90	0.8159	2.95	0.9984
-1.15	0.1251	0.95	0.8289	3.00	0.9986
-1.10	0.1357	1.00	0.8413	3.50	0.99977
-1.05	0.1469			4.00	0.99997

සම්මත ප්‍රමත ව්‍යාප්තිය
நியம செவ்வன் பரம்பல்
The Standardised Normal Distribution



මධ්‍යන්‍යය ශුන්‍යයද, සම්මත අපගමනය 1 ද වන සම්මත ප්‍රමත ව්‍යාප්තියක් පහත වගුකර ඇත. Z හි සෑම අගයකටම සම්මත ප්‍රමිති සමානුපාතය (ව්‍යාප්තියේ P නම් සමානුපාතය Z ට වඩා අඩුවීමට) මෙම වගුව භාවිතා කර සෙවිය හැක.

මධ්‍යන්‍යය μ ද සම්මත අපගමනය σ (විචලතාව σ^2 වේ) ද වන ප්‍රමත ව්‍යාප්තියක, යම්කිසි X අගයකට වඩා අඩු සමානුපාතය ලබාගැනීමට, $Z = (X - \mu)/\sigma$ සූත්‍රය ආධාරයෙන් Z ගණනය කර එම Z ට අනුරූප සමානුපාතය වගුවෙන් ලබාගත හැක.

பூச்சிய இடையையும், ஓரலகு நியம விலகலையும் கொண்ட செவ்வன் பரம்பலொன்று அட்டவணைப்படுத்தப்பட்டுள்ளது. நியம செவ்வன் விலகல் Z இன், ஒவ்வொரு பெறுமதிக்கும் Z இலும் குறைந்த, பரம்பலின் விகிதம் P தரப்பட்டுள்ளது. μ இனை இடையாகவும், σ^2 இனை மாறற்றிறனாகவும் கொண்டவொரு செவ்வன் பரம்பலுக்கு தரப்பட்ட பெறுமதி X இலும் குறைந்த, பரம்பலின் விகிதமானது $Z = (X - \mu)/\sigma$ இனைக் கணித்து இவ் Z பெறுமதிக்கு ஒத்த விகிதத்தை வாசித்துப் பெறப்பட்டது.

The distribution tabulated is that of the normal distribution with mean 0 and standard deviation 1. For each value of Z, the standardized normal deviate, (the proportion P, of the distribution less than Z) is given. For a normal distribution with mean μ and variance σ^2 the proportion of the distribution less than some particular value X is obtained by calculating $Z = (X - \mu)/\sigma$ and reading the proportion corresponding to this value of Z.