කැලණිය විශ්වවිද්‍යාලය - ශ්‍රී ලංකාව

දුරස්ථ සහ අඛණ්ඩ අධ්‍යාපන කේන්ද්‍රය

විද්‍යාවේදී (සාමාන්‍ය) උපාධි ප්‍රථම පරීක්ෂණය (බාහිර) - 2013 (නව නිර්දේශය)

2017 ජූනි/ජූලි

ශුද්ධ ගණිතය PMAT E – 1035

විවික්ත ගණිතය 1

ප්‍රශ්න හයකට (06) පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

ප්‍රශ්න සංඛ්‍යාව : අටයි (08) යි. පිටු සංඛ්‍යාව : හතරයි (04) කාලය : පැය තුනයි (03)

1. A හා B යනු $\mathbb{R}$ හි නොහිස් සපර්යන්ත උපකුලක දෙකක් යැයි ගනිමු.

(a) $\sup A$ හා $\inf A$ අර්ථ දක්වන්න.

(b) පහත දැක්වෙන $\mathbb{R}$ හි එක් එක් A උපකුලකය සලකා $\sup A$ හා $\inf A$ සොයන්න.

(i) $A = \{x : \sqrt{2} \le x < 2$ හෝ $x = 3\}$

(ii) $A = \left\{\frac{1}{n+1} : n \in \mathbb{Z}^+\right\}$

(iii) $A = \left\{\frac{n}{n+1} : n\right.$ ප්‍රථමක සංඛ්‍යාවකි $\left.\right\}$

(c) C උපකුලකය $C = A + B = \{a + b : a \in A, b \in B\}$ පරිදි අර්ථ දැක්වේ.

(i) $\sup C = \sup A + \sup B$ බව සාධනය කර

(ii) $A = \left\{\frac{(-1)^n}{n} : n \in \mathbb{Z}^+\right\}$ හා $B = \left\{\frac{2}{n} : n \in \mathbb{Z}^+\right\}$ නම් $\sup C$ සොයන්න.

2. (a) අනුක්‍රමයක සීමාවේ අර්ථ දැක්වීම භාවිතයෙන්,

$$\lim_{n\to\infty}\frac{5n}{n+3}=5$$

බව සාධනය කරන්න.

(b) $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ අනුක්‍රමය, $a_1 = 4$ හා, $n \geq 1$ සඳහා $a_{n+1} = \frac{5}{6-a_n}$ මගින් අර්ථ දැක්වේ.

ගණිත අභ්‍යුහනය භාවිතයෙන්

(i) $1 < a_n < 5$ බවත්

(ii) $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ යනු ඒකවිධ අඩුවන අනුක්‍රමයක් බවත්

පෙන්වා

(iii) $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ අනුක්‍රමය 1 ට අභිසාරී වන බව සාධනය කරන්න.

3. (a) $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ යනු දී ඇති ශ්‍රිතයක් යැයි ද $a \in \mathbb{R}$ යැයි ද ගනිමු. $\lim_{x\to a} f(x) = l$ යන්නෙන් අදහස් වන දෑ අර්ථ දක්වන්න.

(b) ප්‍රථම මූලධර්ම භාවිතයෙන්, $\lim_{x\to 0}(x^2 \sin x) = 0$ බව සාධනය කරන්න.

(c) f, g හා h යනු එක එකක වසම $\mathbb{R}$ වන තාත්වික අගීය ශ්‍රිත තුනක් යැයි ගනිමු. සියලු $x \in \mathbb{R}$ සඳහා

$$f(x) \leq g(x) \leq h(x) \text{ නම් හා } \lim_{x\to a} f(x) = \lim_{x\to a} h(x) = l \text{ නම්}$$

$\lim_{x\to a} g(x) = l$ බව සාධනය කරන්න.

(d) පහත අර්ථ දැක්වා ඇති f ශ්‍රිතය $x = 0$ දී සන්තතිකදැයි නිර්ණය කරන්න:

$$f(x) = \begin{cases} xe^{-\frac{1}{x^2}} & ; \quad x \neq 0 \\ 0 & ; \quad x = 0 \end{cases}$$

4. (a) රෝල්ලේ ප්‍රමේයය ප්‍රකාශ කරන්න.

(b) මධ්‍යනාය අගය ප්‍රමේයය ප්‍රකාශ කර, රෝල්ලේ ප්‍රමේයය භාවිතයෙන් එය සාධනය කරන්න.

(c) $e^x + x = 0$ සමීකරණයට එක් තාත්වික මූලයක් පමණක් ඇති බව පෙන්වන්න.

(d) පහත දැක්වෙන එක් එක් සීමාව පවතී නම් සොයන්න:

(i) $\lim_{x\to 0} \frac{x^2+2\cos x-2}{x^4}$ (ii) $\lim_{x\to\infty} \left(1-\frac{5}{2x}\right)^{4x}$

5. (a) $y = \frac{1}{2}(e^x + e^{-x})$ වක්‍රයෙහි $x = 0$ සිට $x = \ln 3$ දක්වා වූ චාප කොටසෙහි දිග සොයන්න.

(b) R යනු, $y = 1 + \sin(x^2)$ වක්‍රයෙනුත් $y = x, x = 0$ හා $x = \sqrt{\frac{\pi}{2}}$ රේඛා වලින් පර්යන්තගත පෙදෙසයි.

(i) R පෙදෙස දළ රූපසටහනකින් දක්වන්න.

(ii) R පෙදෙස y-අක්ෂය වටා $360°$ කින් පරිභ්‍රමණය කල හොත් ජනනය වන ඝනයේ පරිමාව, සිලින්ඩරාකාර කුහර ක්‍රමය භාවිතයෙන් සොයන්න.

(iii) R පෙදෙස x-අක්ෂය වටා $360°$ කින් පරිභ්‍රමණය කල හොත් ජනනය වන ඝනයේ පරිමාව සඳහා ප්‍රකාශනයක් අනුකලයක් ඇසුරින් සොයන්න.

6. (a) පහත දැක්වෙන එක් එක් නිශ්චිත අනුකලය අගයන්න:

(i) $\int_{\frac{\pi^2}{4}}^{\pi^2} \frac{\sin\sqrt{x}}{\sqrt{x}}\,dx$ (ii) $\int_2^5 \frac{1}{\sqrt{x^2-4x+13}}\,dx$

(b) ධන නිඛිලමය n සඳහා $I_n = \int x^n\sqrt{1-x}\,dx$ නම්

$$(2n+3)I_n = 2nI_{n-1} - 2x^n(1-x)^{\frac{3}{2}}$$

බව පෙන්වා, එනයින් $\int_0^a x^2\sqrt{1-x}\,dx$ අගයන්න.

7. (a) පහත දැක්වෙන එක් එක් අවකල සමීකරණය විසඳන්න:

(i) $x\frac{dy}{dx} = \frac{y}{\ln x}$

(ii) $\frac{dy}{dx} = \frac{y\cos\frac{y}{x} - x\sin\frac{y}{x}}{x\cos\frac{y}{x}}$

(b) $(3x^2y^2 + x^2)\,dx = (2x^3y + y^2)\,dy$ අවකල සමීකරණය සපිරි බව පෙන්වා එය විසඳන්න.

8. පහත දැක්වෙන එක් එක් අවකල සමීකරණය විසඳන්න:

(a) $\frac{dy}{dx} + \frac{y}{x} = x^3$

(b) $\frac{dx}{dy} + xy = x^3y$

(c) $\frac{dy}{dx} = y\tan x - y^2\sec x$

______________________//______________________