කැලණිය විශ්වවිද්‍යාලය - ශ්‍රී ලංකාව

දුරස්ථ සහ අඛණ්ඩ අධ්‍යාපන කේන්ද්‍රය

විද්‍යාවේදී (සාමාන්‍ය) උපාධි ප්‍රථම පරීක්ෂණය (බාහිර) - 2013

ජූනි/ජූලි - 2017

ශුද්ධ ගණිතය - PMAT E1025

විවික්ත ගණිතය I

ප්‍රශ්න සංඛ්‍යාව: අටයි (08) පිටු සංඛ්‍යාව: හතරයි (04) කාලය: පැය තුනයි (03)

ප්‍රශ්න හයකට (06) පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

---

01 (a) (i) A, B හා C යනු සර්වත්‍ර කුලකයක වූ ඕනෑම උපකුලක තුනකි. ප්‍රථම මූලධර්ම යොදා ගනිමින්

$$A \cap (B - C) = (A - C) \cap (B - C)$$

බව පෙන්වන්න.

(ii) ඔබ භාවිතා කරන ඕනෑම ප්‍රතිඵලයක් සඳහන් කරමින්, X සර්වත්‍ර කුලකයක ඕනෑම A, B හා C උපකුලක තුනක් සඳහා

$(B - A) - C = (A \cup B) - (A \cup C)$ බව පෙන්වන්න.

(iii) තාත්වික රේඛාව මත $\{A_n : n \in \mathbb{Z}^+\}$ ප්‍රාන්තර එකතුව සලකා $\bigcap_{n\in\mathbb{Z}^+} A_n$ හා $\bigcup_{n\in\mathbb{Z}^+} A_n$ සොයන්න; මෙහි $A_n = \left[1, (-1)^n \frac{1}{n}\right]$ වේ.

(b) (i) $(p \wedge q) \Rightarrow (\sim p \vee q)$ ප්‍රස්තුතයේ සත්‍යතා වගුව සොයන්න.

(ii) ඔබ භාවිතා කරන ඕනෑම ප්‍රතිඵලයක් සඳහන් කරමින් පහත දැක්වෙන ප්‍රස්තුතය සුළු කරන්න.

$$\sim(p \wedge \sim q) \vee (p \Rightarrow \sim q)$$

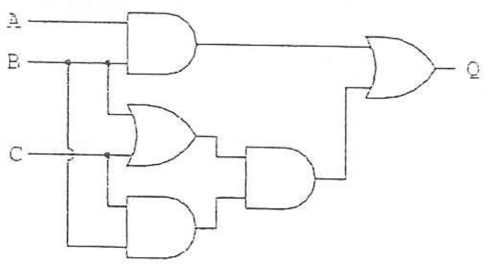
02. (a) පහත දැක්වෙන ප්‍රකාශන සලකන්න.

p: x යන්න බිංදුවට වඩා අඩු වේ q: x ධන නොවේ.

"x යන්න බිංදුවට වඩා අඩු වේ නම් x ධන නොවේ" යන ප්‍රකාශයේ විලෝමය, ප්‍රතිලෝමය සහ පරස්ථාපිය ලියන්න.

සම්බන්ධිතයි ....

(b) පහත දැක්වෙන සමායුක්ත පරිපථය සඳහා අනුරූප බූලීය ශ්‍රිතය සොයා, එය සුළු කර, අනුරූප තුල්‍ය සරල පරිපථය ඇඳ දක්වන්න.



(c) බූලීය විජය $[B,\ +,\ \cdot,\ ']$ සහ $a, b, c \in B$ සඳහා

(i) $a.b' + b.a' = 0 \Leftrightarrow a = b$

(ii) $c.(a+b) + a'.c + b.c' = b + c$

බව පෙන්වන්න.

03. (a) (i) තුල්‍යතා සම්බන්ධයක් සහ තුල්‍යතා පංතියක් යන්නෙන් අදහස් වන්නේ කුමක්දැයි අර්ථ දක්වන්න.

ඕනෑම තුල්‍යතා පංති දෙකක් සමාන හෝ වියුක්ත වන බව පෙන්වන්න.

(ii) $A = \{1, 2, 3, \cdots, 9\}$ යැයි ගනිමු. R යනු $A \times A$ මත

$$(a,b)R(c,d) \Leftrightarrow a + d = b + c$$

මගින් අර්ථ දක්වනු ලබන සම්බන්ධයකි. R තුල්‍යතා සම්බන්ධයක් බව පෙන්වා $(3,6)$ හි තුල්‍යතා පංතිය සොයන්න.

(b) පහත තර්කණයේ වලංගුතාව නිර්ණය කරන්න.

" වැසි වැටුණහොත් සිසුහු පාසලට නොපැමිණෙති. සිසුහු පාසලට පැමිණියහ. එම නිසා වැසි නොවැටුණේය. "

04. (a) සමමිතික සහ කුටික සමමිතික න්‍යාස අර්ථ දක්වන්න. ඕනෑම සමචතුරස්‍ර න්‍යාසයක් සමමිතික න්‍යාසයක සහ කුටික සමමිතික න්‍යාසයක එකතුවක් ලෙස ලිවිය හැකි බව පෙන්වන්න.

(b) පහත දැක්වෙන ඒකජ සමීකරණ පද්ධතිය සලකන්න.

$$\begin{aligned}(1-\lambda)x + 2y + 3z &= 5\\ 3x + (1-\lambda)y + 2z &= 6\\ 2x + 3y + (1-\lambda)z &= -2\end{aligned}$$

මෙම පද්ධතිය විසඳීම සඳහා ක්‍රාමර්ගේ නීතිය යෙදිය හැක්කේ λ හි කුමන තාත්වික අගය සඳහා දැයි නිර්ණය කර $\lambda = 7$ වන විට ක්‍රාමර්ගේ නීතිය යෙදීමෙන් විසඳුම් සොයන්න.

සම්බන්ධිතයි ....

05. (a) $f: \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ ශ්‍රිතයක්

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{x} - 1 : x \geq 1 \\ x - 1 : \quad x < 1 \end{cases}$$

මගින් අර්ථ දක්වා ඇත.

(i) f හි දළ සටහනක් අඳින්න.

(ii) f එකට-එක සහ මතට බව පෙන්වන්න.

(iii) f^{-1} සොයන්න.

(b) $f: \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ හා $g: \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ ශ්‍රිත

$f(x) = x + 1$ හා $g(x) = x^2 - 2$

මගින් අර්ථ දක්වා ඇත. $(g \circ f)^{-1}([-2, -1])$ සොයන්න.

06. (a) a, b හා c නිශ්ශුන්‍ය අදිශ තුනක් විට නිශ්චායකයවල ගුණ භාවිතයෙන්

$$\begin{vmatrix} 1+a & 1 & 1 \\ 1 & 1+b & 1 \\ 1 & 1 & 1+c \end{vmatrix} = abc\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + 1\right)$$

බව පෙන්වන්න.

(b) t යනු ධන අදිශයක් නම් $\begin{vmatrix} a^2+t & ab & ca \\ ab & b^2+t & bc \\ ca & bc & c^2+t \end{vmatrix}$ නිශ්ශුන්‍ය බව පෙන්වන්න.

07. පහත දැක්වෙන සමීකරණ පද්ධතිය සලකන්න.

$$\begin{aligned} 2x - 3y + 8z &= 9 \\ 3x + y + \lambda z &= \mu \\ x + 2y - 3z &= 8 \end{aligned}$$

මෙම පද්ධතියට

(i) අනන්‍ය විසඳුමක් පැවතිම

(ii) අපරිමිත විසඳුම් ගණනක් පැවතිම

(ii) විසඳුම් නොපැවතිම

සඳහා λ හා μ වල අගයන් සොයන්න.

ඉහත (ii) අවස්ථාවේ විසඳුම පරාමිති භාවිතයෙන් සොයන්න.

සම්බන්ධිතයි ....

08. (a) සුගම පේළි පරිණාමණ භාවිතා කරමින් $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ -1 & 3 & 0 \\ 0 & -2 & 1 \end{pmatrix}$ න්‍යාසයේ ප්‍රතිලෝමය සොයන්න.

(b) A සහ B ප්‍රතිලෝම් න්‍යාස දෙකක් නම්

(i) $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$ බවත්

(ii) A^T ප්‍රතිලෝම් වන බවත්

(iii) $(A^T)^{-1} = (A^{-1})^T$ බවත්

පෙන්වන්න.

(c) A යනු AA^T අනපුර්ව න්‍යාසයක් වන පරිදි වූ සමචතුරස්‍ර න්‍යාසයක් නම් හා $B = A^T(AA^T)^{-1}A$ නම් එවිට B න්‍යාසය සමමිතික බවද $B^2 = B$ බවද පෙන්වන්න.