



කැලණිය විශ්වවිද්‍යාලය ශ්‍රී - ලංකාව
දුරස්ථ හා අඛණ්ඩ අධ්‍යාපන කේන්ද්‍රය

විද්‍යාවේදී (සාමාන්‍ය) උපාධි පළමු පරීක්ෂණය (බාහිර) - 2012/2013 (නව නිර්දේශය)

ජූනි/ජූලි - 2017

ශුද්ධ ගණිතය - PMAT E1035

උසස් කලනය

ප්‍රශ්න සංඛ්‍යාව: අටයි (08)

පිටු සංඛ්‍යාව: හතරයි (04)

කාලය: පැය තුනයි (03)

ප්‍රශ්න හයකට (06) පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

1. A හා B යනු \mathbb{R} හි ගොනිස් සපර්යන්ත උපකුලක දෙකක් යැයි ගනිමු.

(a) $\sup A$ හා $\inf A$ අර්ථ දක්වන්න.

(b) පහත දැක්වෙන \mathbb{R} හි එක් එක් A උපකුලකය සලකා $\sup A$ හා $\inf A$ සොයන්න.

(i) $A = \{x: \sqrt{2} \leq x < 2 \text{ හෝ } x = 3\}$

(ii) $A = \left\{ \frac{1}{n+1} : n \in \mathbb{Z}^+ \right\}$

(iii) $A = \left\{ \frac{n}{n+1} : n \text{ ප්‍රථමක සංඛ්‍යාවකි} \right\}$

(c) C උපකුලකය $C = A + B = \{a + b : a \in A, b \in B\}$ පරිදි අර්ථ දැක්වේ.

(i) $\sup C = \sup A + \sup B$ බව සාධනය කර

(ii) $A = \left\{ \frac{(-1)^n}{n} : n \in \mathbb{Z}^+ \right\}$ හා $B = \left\{ \frac{2}{n} : n \in \mathbb{Z}^+ \right\}$ නම් $\sup C$ සොයන්න.

2. (a) අනුක්‍රමයක සීමාවේ අර්ථ දැක්වීම භාවිතයෙන්,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n}{n+3} = 5$$

බව සාධනය කරන්න.

(b) $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ අනුක්‍රමය, $a_1 = 4$ හා, $n \geq 1$ සඳහා $a_{n+1} = \frac{5}{6-a_n}$ මගින් අර්ථ දැක්වේ.

ගණිත අභ්‍යුහනය භාවිතයෙන්

(i) $1 < a_n < 5$ බවත්

(ii) $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ යනු ඒකවිධ අඩුවන අනුක්‍රමයක් බවත්

පෙන්වා

(iii) $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ අනුක්‍රමය 1 ට අභිසාරී වන බව සාධනය කරන්න.

3. (a) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ යනු දී ඇති ශ්‍රිතයක් යැයි ද $a \in \mathbb{R}$ යැයි ද ගනිමු. $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = l$ යන්නෙන් අදහස් වන දෑ අර්ථ දැක්වන්න.

(b) ප්‍රථම මූලධර්ම භාවිතයෙන්, $\lim_{x \rightarrow 0} (x^2 \sin x) = 0$ බව සාධනය කරන්න.

(c) f, g හා h යනු එක එකක වසම \mathbb{R} වන තාත්වික අගය ශ්‍රිත තුනක් යැයි ගනිමු. සියලු $x \in \mathbb{R}$ සඳහා

$$f(x) \leq g(x) \leq h(x) \text{ නම් හා } \lim_{x \rightarrow a} f(x) = \lim_{x \rightarrow a} h(x) = l \text{ නම්}$$

$\lim_{x \rightarrow a} g(x) = l$ බව සාධනය කරන්න.

(d) පහත අර්ථ දැක්වීම ඇති f ශ්‍රිතය $x = 0$ දී සන්තතිකදැයි නිර්ණය කරන්න:

$$f(x) = \begin{cases} xe^{-\frac{1}{x^2}} & ; x \neq 0 \\ 0 & ; x = 0 \end{cases}$$

4. (a) රෝලේ ප්‍රමේයය ප්‍රකාශ කරන්න.

(b) මධ්‍යන්‍ය අගය ප්‍රමේයය ප්‍රකාශ කර, රෝලේ ප්‍රමේයය භාවිතයෙන් එය සාධනය කරන්න.

(c) $e^x + x = 0$ සමීකරණයට එක් තාත්වික මූලයක් පමණක් ඇති බව පෙන්වන්න.

(d) පහත දැක්වෙන එක් එක් සීමාව පවතී නම් සොයන්න:

$$(i) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + 2 \cos x - 2}{x^4} \quad (ii) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{5}{2x}\right)^{4x}$$

5. (a) $y = \frac{1}{2}(e^x + e^{-x})$ වක්‍රයෙහි $x = 0$ සිට $x = \ln 3$ දක්වා වූ වාප කොටසෙහි දිග සොයන්න.

(b) R යනු, $y = 1 + \sin(x^2)$ වක්‍රයෙන් $y = x$, $x = 0$ හා $x = \sqrt{\frac{\pi}{2}}$ රේඛා වලින් පර්යන්තගත පෙදෙසයි.

(i) R පෙදෙස දළ රූපසටහනකින් දක්වන්න.

(ii) R පෙදෙස y -අක්ෂය වටා 360° කින් පරිභ්‍රමණය කල හොත් ජනනය වන සනයේ පරිමාව, සිලින්ඩරාකාර කුහර ක්‍රමය භාවිතයෙන් සොයන්න.

(iii) R පෙදෙස x -අක්ෂය වටා 360° කින් පරිභ්‍රමණය කල හොත් ජනනය වන සනයේ පරිමාව සඳහා ප්‍රකාශනයක් අනුකලයක් ඇසුරින් සොයන්න.

6. (a) පහත දැක්වෙන එක් එක් නිශ්චිත අනුකලය අගයන්න:

$$(i) \int_{\frac{\pi^2}{4}}^{\pi^2} \frac{\sin \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx \quad (ii) \int_2^5 \frac{1}{\sqrt{x^2 - 4x + 13}} dx$$

(b) ධන නිඛිලමය n සඳහා $I_n = \int x^n \sqrt{1-x} dx$ නම්

$$(2n + 3)I_n = 2nI_{n-1} - 2x^n(1-x)^{\frac{3}{2}}$$

බව පෙන්වා, එනමින් $\int_0^1 x^2 \sqrt{1-x} dx$ අගයන්න.

7. (a) පහත දැක්වෙන එක් එක් අවකල සමීකරණය විසඳන්න:

(i) $x \frac{dy}{dx} = \frac{y}{\ln x}$

(ii) $\frac{dy}{dx} = \frac{y \cos \frac{y}{x} - x \sin \frac{y}{x}}{x \cos \frac{y}{x}}$

(b) $(3x^2y^2 + x^2) dx = (2x^3y + y^2) dy$ අවකල සමීකරණය සපිරි බව පෙන්වා එය විසඳන්න.

8. පහත දැක්වෙන එක් එක් අවකල සමීකරණය විසඳන්න:

(a) $\frac{dy}{dx} + \frac{y}{x} = x^3$

(b) $\frac{dx}{dy} + xy = x^3y$

(c) $\frac{dy}{dx} = y \tan x - y^2 \sec x$

_____//_____