



කැලණිය විශ්වවිද්‍යාලය - ශ්‍රී ලංකාව

දුරස්ථ ඝන අධ්‍යාපන අධ්‍යාපන කේන්ද්‍රය

ශාස්ත්‍රවේදී (සාමාන්‍ය) උපාධි ප්‍රථම පරීක්ෂණය (බාහිර) - 2012/13

2015 දෙසැම්බර් - 2016 පෙබරවාරි

ශුද්ධ ගණිතය Pure Mathematics PMAT - 1035

විවික්ත ගණිතය - Discrete Mathematics I

ප්‍රශ්න සංඛ්‍යාව : අටයි. (08)

පිටු සංඛ්‍යාව : හතරයි. 04යි

කාලය : පැය තුනයි. (03)

ප්‍රශ්න හයකට (06) පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

1. A හා B යනු \mathbb{R} හි නොහිස් සපර්යන්ත උපකුලක දෙකක් යැයි ගනිමු.

(a) $\sup A$ හා $\inf B$ අර්ථ දක්වන්න.

(b) $A \subseteq B$ නම් $\sup A \leq \sup B$ බවත් $\inf A \geq \inf B$ බවත් සාධනය කරන්න.

c යනු ධන තාත්වික සංඛ්‍යාවක් යැයි ද $cA = \{ca : a \in A\}$ පරිදි cA කුලකය අර්ථ දැක්වේ යැයි ද ගනිමු.

(c) $\sup cA = c \sup A$ බව සාධනය කරන්න.

$AB = \{ab : a \in A, b \in B\}$ පරිදි AB කුලකය අර්ථ දැක්වේ.

(d) A හා B හි ධන තාත්වික සංඛ්‍යා පමණක් අඩංගු නම්, $\sup(AB) = (\sup A)(\sup B)$ බව සාධනය කරන්න.

2. (a) අනුක්‍රමයක සීමාවේ අර්ථ දැක්වීම භාවිතයෙන්,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n}{3+n^2} = 0$$

බව සාධනය කරන්න.

(b) $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ අනුක්‍රමය, $a_1 = \frac{3}{2}$ හා, $n \geq 1$ සඳහා $a_{n+1} = 2 - \frac{1}{a_n}$ මගින් අර්ථ දැක්වේ.

(i) $a_n \geq 1$ බවත්

(ii) $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ යනු ඒකවිධ අඩුවන අනුක්‍රමයක් බවත්

(iii) $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ අනුක්‍රමය 1 ට අභිසාරී වන බවත්

සාධනය කරන්න.

3. (a) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ යනු දී ඇති ශ්‍රිතයක් යැයි ද $a \in \mathbb{R}$ යැයි ද ගනිමු. $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = l$ යන්නෙන් අදහස් වන දෑ අර්ථ දැක්වන්න.

(b) f හා g යනු එක එකක වසම $X \subseteq \mathbb{R}$ වන තාත්වික අගය ශ්‍රිත දෙකක් යැයි ගනිමු. $a \in X$ සඳහා

$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = l_1$ හා $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = l_2$ නම් $\lim_{x \rightarrow a} (f(x) + g(x)) = l_1 + l_2$ බව සාධනය කරන්න.

(c) ප්‍රථම මූලධර්ම භාවිතයෙන්, $\lim_{x \rightarrow 0} (5 + 2x \sin x) = 5$ බව සාධනය කරන්න.

(d) පහත අර්ථ දැක්වූ ඇති f ශ්‍රිතය $x = 0$ දී සන්තතිකදැයි නිර්ණය කරන්න:

$$f(x) = \begin{cases} x \sin \frac{1}{x} & ; x \neq 0 \\ 0 & ; x = 0 \end{cases}$$

4. (a) රෝලේ ප්‍රමේයය ප්‍රකාශ කරන්න.

(b) මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය ප්‍රමේයය ප්‍රකාශ කර, රෝලේ ප්‍රමේයය භාවිතයෙන් එය සාධනය කරන්න.

(c) $x^3 + \sin 2x + 3x - 1 = 0$ සමීකරණයට එක් මූලයක් පමණක් ඇති බව පෙන්වන්න.

(d) පහත දැක්වෙන එක් එක් සීමාව පවතී නම් සොයන්න:

(i) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-e^x}{x}$ (ii) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(\ln x)^2}{\sqrt{x}}$

5. (a) $y = \ln(\sec x)$ වක්‍රයෙහි $x = 0$ සිට $x = \frac{\pi}{3}$ දක්වා වූ වාප කොටසෙහි දිග සොයන්න.

(b) $y = e^{x^2}$ වක්‍රයෙන් $y = x$, $x = 0$ හා $x = 1$ රේඛා වලින් පර්යන්තගත වූ පෙදෙස R ලෙස ගනිමු.

(i) R පෙදෙස දළ රූපසටහනකින් දක්වන්න.

(ii) R පෙදෙස y -අක්ෂය වටා 360° කින් පරිභ්‍රමණය කළ හොත් ජනනය වන ගණයේ පරිමාව,

සිලින්ඩරාකාර කුහර ක්‍රමය භාවිතයෙන් සොයන්න.

(iii) R පෙදෙස x -අක්ෂය වටා 360° කින් පරිභ්‍රමණය කළ හොත් ජනනය වන ගණයේ පරිමාව V

නම් $\int_0^1 e^{2x^2} dx = \frac{1}{3} + \frac{V}{\pi}$ බව පෙන්වන්න.

6. (a) පහත දැක්වෙන එක් එක් අනුකලය අගයන්න:

(i) $\int_{\frac{2}{5}}^{\frac{4}{5}} \frac{\sqrt{25x^2-4}}{x} dx$ (ii) $\int_0^\pi \frac{1}{3+2\sin x+\cos x} dx$

(b) $I_n = \int x^n \sqrt{a-x} dx$ නම් $(2n+3)I_n = 2nI_{n-1} - 2x^n(a-x)^{\frac{3}{2}}$ බව පෙන්වා, එනමින්

$\int_0^a x^2 \sqrt{a-x} dx$ අගයන්න; මෙහි $a > 0$ වේ.

7. (a) පහත දැක්වෙන එක් එක් අවකල සමීකරණය විසඳන්න:

(i) $x \frac{dy}{dx} = \tan y \ln x$ (ii) $\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x-2\sqrt{xy}}$

(b) $(x^4 - 2xy^2 + y^4) dx = (2x^2y - 4xy^3 + \sin y) dy$ අවකල සමීකරණය සපිරි බව පෙන්වා එය විසඳන්න.

8. පහත දැක්වෙන එක් එක් අවකල සමීකරණය විසඳන්න:

(a) $x \ln x \frac{dy}{dx} + y = 2 \ln x$

(b) $\frac{dx}{dy} + \frac{x}{y} = x^2 y$

(c) $\frac{dy}{dx} = y \tan x - y^2 \sec x$

//