කැලණිය විශ්වවිද්‍යාලය - ශ්‍රී ලංකාව

දුරස්ථ සහ අඛණ්ඩ අධ්‍යාපන කේන්ද්‍රය

විද්‍යාවේදී (සාමාන්‍ය) උපාධි ප්‍රථම පරීක්ෂණය (බාහිර) - 2012 (නව නිර්දේශය)

2015 ඔක්තෝබර්/නොවැම්බර්

ශුද්ධ ගණිතය

PMAT E - 1025 විවික්ත ගණිතය 1

ප්‍රශ්න හයකට (06) පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

ප්‍රශ්න සංඛ්‍යාව : 08 යි. පිටු සංඛ්‍යාව : 04 යි කාලය : පැය 03 යි.

---

1. (අ) A, B හා C යනු E සර්වත්‍ර කුලකය හි වූ ඕනෑම උපකුලක තුනකි. ප්‍රථම මූලධර්ම යොදා ගනිමින්

   (i) $A \cap (B - C) = (A - C) \cap (B - C)$

   (ii) $A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$

   (iii) $(A \cap B^c) \cup (A \cap B) = A$

   බව පෙන්වන්න.

   (ආ) $\mathcal{P}(X)$ මගින් X හි බල කුලකය දැක්වෙතැයි ගනිමු. ඕනෑම A හා B කුලක දෙකක් සඳහා

   $$\mathcal{P}(A) \cup \mathcal{P}(B) \subseteq \mathcal{P}(A \cup B)$$

   බව පෙන්වන්න.

   (ඇ) A_n යනු $A_n = \left(0, \frac{1}{n}\right)$ මගින් $\mathbb{R}$ මත අර්ථ දැක්වෙන විවෘත ප්‍රාන්තරය යැයි ගනිමු.

   (i) $A_1 \times A_2$, $A_2 \times A_3$ හා $A_3 \times A_4$ යන කුලක එක එකක් ජ්‍යාමිතිකව නිරූපනය කරන්න.

   (ii) $\bigcap_{n \in \mathbb{Z}^+}(A_n \times A_{n+1})$ නිර්ණය කරන්න.

2. R යනු A කුලකයක් මත අර්ථ දැක්වූ සම්බන්ධයක් යැයි ගනිමු.

   (i) R යනු A මත තුල්‍යතා සම්බන්ධයක් වේ යන්නෙන් අදහස් වන දෑත්

   (ii) $x \in A$ හි තුල්‍යතා පන්තිය වන $[x]$ යන්නත්

   අර්ථ දක්වන්න.

   (අ) R යනු $\mathbb{Z}^+ \times \mathbb{Z}^+$ මත පහත සඳහන් ආකාරයට අර්ථ දක්වා ඇති සම්බන්ධයක් යැයි ගනිමු:

   $$(a, b)R(c, d) \text{ නම් හා නම්ම පමණක් } a + d = b + c.$$

   (i) R තුල්‍යතා සම්බන්ධයක් බව පෙන්වන්න.

   (i) $(1,3)$ හි තුල්‍යතා පන්තිය සොයන්න.

   (ආ) $\mathbb{Z}$ මත අර්ථ දක්වා ඇති පහත සඳහන් R සම්බන්ධය තුල්‍යතා සම්බන්ධයක් දැයි නිර්ණය කරන්න:

   $$x\,R\,y \text{ නම් හා නම්ම පමණක් } x + y \leq 3.$$

මතු සම්බන්ධයි...

3. (අ) පහත සඳහන් ශ්‍රිතයන් එකට එක බව පෙන්වන්න.

(i) $f: \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^3$

(ii) $g: \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}, g(x) = 2^x + 3.$

(ආ) (i) $f: A \to B$ හා $g: B \to C$ යනු $g \, o \, f$ ශ්‍රිතය එකට එක වන පරිදි වූ ශ්‍රිත දෙකකි. f ද එකට එක බව පෙන්වන්න.

(ii) $f: \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}^+$ යනු $f(x) = \frac{1}{x}$ මගින් අර්ථ දක්වා ඇති ශ්‍රිතය යැයි ගනිමු. f ශ්‍රිතය එකට එක හා මතට බව පෙන්වා f හි ප්‍රතිලෝමය සොයන්න.

4. (අ) A හා B එකම ගණයේ සමචතුරස්‍ර න්‍යාස යැයි ගනිමු.

(i) $(A + A^T)$ හා AA^T සමමිතික න්‍යාස බව පෙන්වන්න.

(ii) A හා B න්‍යාදේශ්‍ය නම්, එවිට A^T හා B^T න්‍යාදේශ්‍ය බව පෙන්වන්න.

(ආ) A හා B යනු ගණය එකම වූ ප්‍රතිලෝම් න්‍යාස නම්

$adj(AB) = (adjB)(adjA)$ බව පෙන්වන්න.

(ඇ) $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ යැයි ගනිමු.

$A^n \; (n \geq 1)$ සඳහා සූත්‍රයක් සොයා ගණිත අභ්‍යුහනයෙන් එය සත්‍යාපනය කරන්න.

5. (අ) $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ යැයි ගනිමු.

$A^3 - 4A^2 + 4A - I = 0$ බව පෙන්වා A හි ප්‍රතිලෝමය සොයන්න.

(ආ) නිශ්චායක වල ගුණ භාවිතයෙන්

$$\begin{vmatrix} 1 & a & a^2 & a^3 + bcd \\ 1 & b & b^2 & b^3 + cda \\ 1 & c & c^2 & c^3 + dab \\ 1 & d & d^2 & d^3 + abc \end{vmatrix} = 0 \text{ බව පෙන්වන්න.}$$

(ඇ) $A = (a_{ij})_{n \times n}$ යනු $a_{ij} = \begin{cases} 3 & if \; i = j \\ 1 & if \; i \neq j \end{cases}$ මගින් අර්ථ දක්වා ඇති $n \times n$ න්‍යාසයක් යැයි ගනිමු. $\det(A) = 2^{n-1}(n+2)$ බව පෙන්වන්න.

මතු සම්බන්ධයි...

(i) පරිපථය සඳහා අනුරූප බූලීය ශ්‍රිතය සොයන්න.

(ii) බූලීය ශ්‍රිතය සුළු කරන්න.

(iii) අනුරූප සරල පරිපථයේ දළ රූප සටහන අඳින්න.

8\. (අ) $(p \wedge q) \Rightarrow (\sim p \vee q)$ ප්‍රස්තුතයේ සත්‍යතා වගුව සොයන්න.

(ආ) ඔබ භාවිතා කරන ප්‍රතිඵල සඳහන් කරමින් ප්‍රස්තුත වීජය යොදා ගනිමින් පහත දැක්වෙන ප්‍රස්තුතය සුළු කරන්න: $\sim(p \wedge \sim q) \wedge (\sim p \wedge q \wedge r) \vee \sim(p \vee \sim q)$

(ඇ) පහත දැක්වෙන ප්‍රකාශයේ වලංගුතාවය නිර්ණය කරන්න:
" X සහ Y නොහිස් කුලක දෙකක් නම් එවිට $X \times Y$ කාටීසියානු ගුණිතය නොහිස් වේ. එම නිසා $X \times Y$ හිස් නම් එවිට X සහ Y හිස් කුලක වේ".

(ඈ) විසංවාදී ක්‍රමය උපයෝගී කර ගනිමින්, $a, b \in \mathbb{Z}$ නම්

$$a^2 - 4b \neq 2$$

බව පෙන්වන්න.

----------------------------------//----------------------------------

6. (අ) අඥාත පද x, y හා z වන

$$x + ay + a^3z = a^4 + \lambda a^2$$
$$x - by + b^3z = b^4 + \lambda b^2$$
$$x + cy + c^3z = c^4 + \lambda c^2$$

ඒකජ සමීකරණ පද්ධතිය සලකන්න, මෙහි a, b, c යනු $(a-b)(b-c)(c-a) \neq 0$ වන පරිදි වූ තාත්ත්වික සංඛ්‍යා වන අතර λ යනු පරාමිතියකි.

(i) $a + b + c \neq 0$ සහ
(ii) $a + b + c = 0$

වන විටදී පද්ධතිය සංගත වන λ අගයන් සොයන්න.

(ආ) $pqr \neq 0$ නම්, සහ

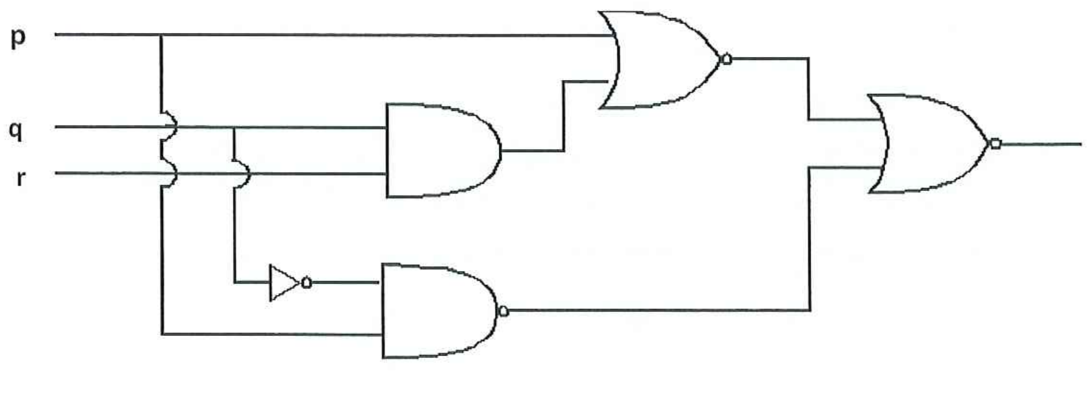
$$(pa)x + by + cz = 0$$
$$ax + (q+b)y + cz = 0$$
$$ax + by + (r+c)z = 0$$

සමීකරණ පද්ධතියට සරු විසඳුම් පවතී නම් $\frac{a}{p} + \frac{b}{q} + \frac{c}{r} = -1$ බව පෙන්වන්න.

7. (අ) බූලීය විජය $(B, +, \cdot, ')$ සහ $a, b, c \in B$ සඳහා
(i) $a \cdot b + a \cdot (b + c) + b \cdot (b + c) = b - a \cdot c$
(ii) $a' \cdot b' \cdot c + a' \cdot b \cdot c + a \cdot b' \cdot c + a \cdot b \cdot c = c$

බව පෙන්වන්න.

(ආ) පහත දැක්වෙන සමායුක්ත පරිපථය සලකන්න.



මතු සම්බන්ධයි...