කැලණිය විශ්වවිද්‍යාලය - ශ්‍රී ලංකාව

දුරස්ථ සහ අඛණ්ඩ අධ්‍යාපන කේන්ද්‍රය

විද්‍යාවේදී (සාමාන්‍ය) උපාධි ප්‍රථම පරීක්ෂණය (බාහිර) - 2009 (පැරණි නිර්දේශය)
2013 ජූලි

විද්‍යා පීඨය

ශුද්ධ ගණිතය - **PMAT 101**

<u>ප්‍රශ්න හයකට (06) පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.</u>

ප්‍රශ්න සංඛ්‍යාව : 08 යි. පිටු සංඛ්‍යාව : 04 යි කාලය : පැය 03 යි.

---

(01) (අ) $a \geq b$ සමග දෙන ලද $a, b \in \mathbb{N}$ සඳහා $a = qb + r$ සහ $0 \leq r < b$ වන පරිදි අනන්‍ය $q, r \in \mathbb{N}$ පවතින බව සාධනය කරන්න.

(ආ) $72x + 56y = 40$ තෘප්ත කරන සියළු $x, y \in \mathbb{Z}$ සොයන්න.

(ඇ) q_n යනු

$$\left(1 - \frac{1}{2^2}\right)\left(1 - \frac{1}{3^2}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{n^2}\right);$$

ආකාරයේ වූ තාත්වික සංඛ්‍යාව ලෙස ගනිමු .
n මත ගණිත අභ්‍යහයනුයෙන් සියළු තාත්වික $n \geq 2$ සංඛ්‍යා සඳහා $q_n = (n+1)/2n$ බව සාධනය කරන්න.

(02) (අ) දෙන ලද ඕනෑම A සහ B කුලක සඳහා $A \cup B, A \cap B, A \backslash B$ සහ $A \times B$ අර්ථ දක්වන්න.

(ආ) ශුන්‍ය කුලකය $\emptyset$, $\emptyset \subseteq A$ තෘප්ත කරන බව පෙන්වමින් සහ A සහ B වියුක්ත යන්නෙන් අදහස් වන්නේ කුමක්දැයි පැහැදිලි කරන්න.

(ඇ) සර්වත්‍ර කුලකය X හි වූ ඕනෑම A සහ B උප කුලක දෙක සඳහා විසංවාදී ක්‍රමය භාවිතා කරමින්

$$A \cap B^c = \emptyset \Longrightarrow A \subset B$$

බව පෙන්වන්න.

(ඈ) A, B සහ C යනු සර්වත්‍ර කුලකය X හි වූ ඕනෑම උප කුලක තුනක් ලෙස ගනිමු.

(i) ප්‍රථම මූලධර්ම භාවිතයෙන්

$(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C)$ බව පෙන්වන්න.

මතුසම්බන්ධයි...

(ii) කුලක වීජය භාවිතයෙන්

$(A \cup B) \times C = (A \times C) \cup (B \times C)$ ප්‍රකාශනය සරල කරන්න.

(03) (අ) (i) නොහිස් A කුලකයක් මත අර්ථ දැක්වූ තුල්‍යතා සම්බන්ධයක් යන්නෙන් අදහස් කෙරෙන්නේ කුමක්දැයි පැහැදිලි කරන්න.

(ii) $A = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ ලෙස ගන්න. A මත R $(x, y)R(u, v) \Leftrightarrow xv = yu$ මගින් අර්ථ දැක්වේ.

R තුල්‍යතා සම්බන්ධයක් බව පෙන්වන්න. $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ මත වූ $(0,0)$ සහ $(1,2)$ හි තුල්‍යතා පන්ති විස්තර කරන්න.

(ආ) (i) $f: X \longrightarrow Y$ සහ $g: Y \longrightarrow Z$, $g \circ f$ සමක්ෂේපණයක් වන පරිදි වූ ශ්‍රිත දෙකක් ලෙස ගන්න. එම f එකට එක හා එම g මතට බව පෙන්වන්න.

(ii) $f(x) = \frac{2}{x+1}$ ලෙස ගන්න. f එකට එක හා මතට බව පෙන්වන්න. එනයින් $f^{-1}(x)$ සොයන්න.

(04) (අ) A, $m \times n$ ආකාරයේ සහ B, $n \times p$ ආකාරයේ නම් $(AB)^T = B^T A^T$ බව සාධනය කරන්න.

(ආ) A සහ B සමමිතිය න්‍යාස නම් $AB + BA$ ද සමමිතිය බව පෙන්වන්න.

(ඇ) $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ දෙන ලද විට $A^3 = (5A - I)(A - I)$ සත්‍යාපනය කරන්න.

(ඈ) නිශ්චායක ගුණ භාවිතා කරමින්

$$\begin{pmatrix} a^2 & 1 & a \\ a & a^2 & 1 \\ 1 & a & a^2 \end{pmatrix} = (a-1)^2(a^2 + a + 1)$$ බව පෙන්වන්න.

මතුසම්බන්ධයි...

(05) පහත සමීකරණ පද්ධතිය සලකන්න.

$$x + y + z = 6$$
$$x - 2y + 3z = 10$$
$$x + 2y + \lambda z = \mu$$

(අ) අදාල ආවර්ධිත න්‍යාසය ලියා දක්වන්න.

(ආ) මෙම න්‍යාසය එචලූම් ආකාරයට ඌනනය කරන්න.

(ඇ) එනයින් පද්ධතියට

(i) අනන්‍යය විසඳුමක්,

(ii) විසඳුමක් නොපවතින,

(iii) විසඳුම් අනන්ත ප්‍රමාණයක් පවතින

ආකාරයට λ සහ μ සඳහා අගයන් නිර්ණය කරන්න.

(ඈ) (i) සහ (iii) අවස්ථාවන්හි විසඳුම් සොයන්න.

(06) (අ) (i) $ax^2 + 2hxy + by^2 = 0$ සරල රේඛා යුගල අතර කෝණය $\tan^{-1}\left\{\frac{2\sqrt{h^2-ab}}{(a+b)}\right\}$ බව පෙන්වන්න.

(ii) රේඛා ලම්භ වීම සඳහා අවශ්‍යතාව අපෝහනය කරන්න.

(ආ) (i) $y = mx + c$ සරල රේඛාව සහ $x^2 + y^2 = a^2$ වෘත්තය ඡේදනය මූල ලක්ෂය හා සම්බන්ධ කරන සරල රේඛා යුගලයේ සමීකරණය සොයන්න.

(ii) $2c^2 = a^2(1 + m^2)$ නම් ඒවා ඍජු කෝණී වන බව සාධනය කරන්න.

(07) (අ) $x + 2y + z = 6$ තලය මත $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+3}{4-1}$ සරල රේඛාවේ ප්‍රක්ෂේපනය සොයන්න.

මතුසම්බන්ධයි...

(ආ) $\frac{x-3}{2}=\frac{y-4}{1}=\frac{z+1}{-1}$;

$$\frac{x+6}{2}=\frac{y+5}{4}=\frac{z-1}{-1},$$

සමීකරණ දෙක සඳහා වූ පොදු ලම්භයේ දිග සහ සමීකරණය සොයන්න.

(08) (අ) $S=0$ යනු ගෝලයක්ද, $u=0$ යනු ගෝලය ඡේදනය කරන තලයක් ලෙසද ගන්න. $S+\lambda u=0$ සමීකරණය විස්තර කරන්න, මෙහි λ යනු පරාමිතියකි.

(ආ) $x^2+y^2+z^2+7y-2z+2=0\ ,2x+3y+4z=8$ මගින් දෙනු ලබන වෘත්තයෙහි කේන්ද්‍රය සහ අරය සොයන්න.

ඉහත වෘත්තය මහා වෘත්තය වන ලෙස වූ ගෝලයේ සමීකරණය සොයන්න.

(ඇ) $x^2+y^2+z^2-2x+3y+4z-5=0, 5y+6z+1=0$ සහ $x^2+y^2+z^2-3x-4y+5z-6=0,\ x+2y-7z=0$ යන වෘත්ත එකම ගෝලය මත වැටී ඇති අතර එහි සමීකරණය $x^2+y^2+z^2-2x-2y-2z-6=0$ බව පෙන්වන්න.

---//--