කැලණිය විශ්වවිද්‍යාලය -ශ්‍රී ලංකාව

University of Kelaniya-Sri Lanka

බාහිරවිභාග අංශය

External Examinations Branch

විද්‍යා පීඨය - **Faculty of Science**

විද්‍යාවේදී (සාමාන්‍ය) උපාධි ප්‍රථම පරීක්ෂණය (බාහිර) - 2008 හා 2009

2010 ඔක්තෝබර්

Bachelor of Science (General) Degree First Examination (External) 2008 & 2009

October -2010

ශුද්ධ ගණිතය - **PMAT E 1035**

ප්‍රශ්න සංඛ්‍යාව: අටයි (08) පිටු සංඛ්‍යාව: හතරයි (04) කාලය: පැය (03)

ප්‍රශ්න <u>හයකට (06)</u> පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

---

1. (අ) $S=\left\{x\in\mathbb{R}: 6x^2+x<1\right\}$ ලෙස ගනිමු. $\inf S$ සහ $\sup S$ සොයන්න.

   (ආ) A සහ B යනු නිශ්ශූන්‍ය පර්යන්තගත ධන සංඛ්‍යා වලින් යුත් උපකුලක දෙකක් ලෙස ගනිමු. $C=\left\{ab : a\in A \text{ සහ } b\in B\right\}$ නම්, $\sup C=(\sup A)(\sup B)$ බව පෙන්වන්න.

   (ඇ) අනුක්‍රමයක සීමාවේ අර්ථ දැක්වීම භාවිතා කොට, $\lim_{n\to\infty}\frac{6n+2}{3n-1}=2$ බව පෙන්වන්න.

2. (අ) f සහ g යනු $[a,b]$ සංවෘත ප්‍රාන්තරය මත අර්ථ දැක් වූ තාත්වික ශ්‍රිතයන් ලෙස ද $c\in(a,b)$ ලෙස ද ගනිමු.

   (i) f, ශ්‍රිතය $[a,b]$ මත පර්යන්තගත නම් සහ $\lim_{x\to c} g(x)=0$ නම් $\lim_{x\to c} f(x)g(x)=0$ බව පෙන්වන්න.

   (ii) $\lim_{x\to c} f(x)=\ell$ සහ $\lim_{x\to c} g(x)=m$ නම්, $\lim_{x\to c}\left(f(x)+g(x)\right)=\ell+m$ බව පෙන්වන්න.

   (iii) $\lim_{x\to c}\left(f(x)+g(x)\right)$ පවතී නම්, $\lim_{x\to c} f(x)$ පවතීද? ඔබේ පිළිතුර සනාථ කරන්න.

   (ආ) $$f(x)=\begin{cases}0\ , & x=0 \text{ නම්}\\ x\sin\frac{1}{x}\ , & x\neq 0 \text{ නම්}\end{cases}$$
   මගින් අර්ථ දැක්වූ ශ්‍රිතය $x=0$ හිදී සන්තතික බව පෙන්වන්න. මතුසම්බන්ධයි...

3. (අ) (i) (x_n) යනු නිතිමතින් අඩුවන පර්යන්තගත ශ්‍රිතයක් ලෙස ගනිමු. (x_n) අභිසාරී බව ද $\lim_{n\to\infty} x_n = inf\{x_n : n \in \mathbb{N}\}$ බව ද පෙන්වන්න.

(ii) (x_n) යනු $x_1 = 1$ සහ $n \geq 1$ සඳහා, $x_{n+1} = \dfrac{x_n}{1+x_n}$ ලෙස අර්ථ දැක්වූ අනුක්‍රමයකි. (x_n) නිතිමතින් අඩුවන පර්යන්තගත අනුක්‍රමයක් බව පෙන්වන්න. $\lim_{n\to\infty} x_n$ ද සොයන්න.

(ආ) (i) x සහ y යනු තාත්වික සංඛ්‍යා නම්, $max\{x, y\} = \dfrac{x+y+|x-y|}{2}$ බව පෙන්වන්න.

(ii) (x_n) සහ (y_n) යනු අනුක්‍රමයන් වන අතර සෑම $n \in \mathbb{N}$ සඳහා, $u_n = max\{x_n, y_n\}$ වේ.
$\lim_{n\to\infty} x_n = \ell$ සහ $\lim_{n\to\infty} y_n = m$ නම්, $\lim_{n} u_n = max\{\ell, m\}$ බව පෙන්වන්න.

4. (අ) $f : [-1,1] \to \mathbb{R}$ ශ්‍රිතය $f(x) = \begin{cases} -x^2+1,, & \text{if } -1 \leq x \leq 0 \\ \dfrac{\sin x}{x}, & \text{if } 0 < x \leq 1 \end{cases}$ ලෙස අර්ථ දක්වා ඇත.

(i) f අවකල්‍ය වන තාත්වික සංඛ්‍යා වලින් යුත් කුලකය ලියා දක්වන්න.

(ii) f හි නිරපේක්ෂ උපරිමය සහ නිරපේක්ෂ අවමය පවතී නම් සොයන්න.

(iii) අවයවයන් හඳුනා ගත හැකි වන පරිදි f හි පරාසය ලියා දක්වන්න.

(ආ) $f : [a,b] \to \mathbb{R}$ සහ $c \in (a,b)$ වේ. c හිදී f අවකල්‍ය නම්,
$\lim_{h\to 0} \dfrac{f(c+2h) - f(c+h)}{h} = f'(c)$ බව පෙන්වන්න.

මතුසම්බන්ධයි...

5. $f(x)=\dfrac{x^2+3}{x-1}$, $x \neq 1$ වේ.

(i) අවධි ලක්ෂ්‍යන් පවතී නම්, ඒවා සොයන්න.

(ii) (a) f නිතිමතින් වැඩිවන (b) f නිතිමතින් අඩුවන, ප්‍රාන්තර සොයන්න.

(iii) නතිවර්තන ලක්ෂයන් පවතී නම් ඒවා සොයා ප්‍රස්ථාරයේ අවතලතාව නිරීක්ෂණය කරන්න.

(iv) ස්පර්ශෝන්මුඛ පවතී නම් ඒවා සොයන්න.

(v) $f(x)$ හි දළ ප්‍රස්ථාරයන් අඳින්න.

6. (අ) $f(x)$, $[a,b]$ මත සංතතික වේ. $F[a,b]\to \mathbb{R}$, $F(x)=\int_a^x f(t)\,dt$ මගින් අර්ථ දක්වා ඇත .

$F(x)$ සඳහා මධ්‍යන අගය භාවිතා කොට $f(c)(b-a)=\int_a^b f(t)\,dt$ වන පරිදි $c\in(a,b)$ පවතින බව පෙන්වන්න.

(ආ) (i) $u=\pi-x$ ආදේශ කර $\int_0^{\pi} x\,f(\sin x)\,dx=\dfrac{\pi}{2}\int_0^{\pi} f(\sin x)\,dx$ බව පෙන්වන්න.

(ii) (i) භාවිතා කොට $\int_0^{\pi}\dfrac{x\sin x}{1+\cos^2 x}\,dx$ අගයන්න.

(ඇ) පහත දැක්වෙන අනුකලයන් අගයන්න.

(i) $\int_0^1 \dfrac{3x-2}{x^2-4}\,dx$ (ii) $\int \dfrac{3x-4}{\sqrt{x^2-6x+1}}\,dx$

මතුසම්බන්ධයි...

7. (i) $P(x)$ සහ $Q(x)$ x හි සංතතික ශ්‍රිත වන අතර r යනු පරිමේය සංඛ්‍යාවකි.

$\frac{dy}{dx} + Py = Q\,y^r$ අවකල සමීකරණය විසඳීමට ක්‍රමයක් විස්තර කරන්න.

(ii) $x\frac{dy}{dx} - 2y = 4x^3 y^{\frac{1}{2}}$ මෙහි $x=1$ වන විට $y=0$ වේ. ඉහත අවකල සමීකරණය විසඳන්න.

8. (අ) $M(x,y)$ සහ $N(x,y)$ අවකල්‍ය ශ්‍රිත වේ. $M\,dx + N\,dy = 0$ අවකල සමීකරණය සපිරි වීමට අනිවාර්ය සහ ප්‍රමාණවත් අවශ්‍යතාවක් ප්‍රකාශ කොට එය ඔප්පු කරන්න.

$2xy - 9x^2 + \left(2y + x^2 + 1\right)\frac{dy}{dx} = 0$ මෙහි $x=0$ වන විට $y=-3$ වන ඉහත අවකල සමීකරණය විසඳන්න.

(ආ) $y = xv$ ආදේශ කිරීමෙන්,

$2(x+2y)dx + (y-x)dy = 0$ මෙහි $x=1$ වන විට $y=0$ වන අවකල සමීකරණය විසඳන්න.

__________//__________