කැලණිය විශ්වවිද්‍යාලය - ශ්‍රී ලංකාව

දූරස්ථ සහ අඛණ්ඩ අධ්‍යාපන කේන්ද්‍රය

විද්‍යාවේදී (සාමාන්‍ය) උපාධි ප්‍රථම පරීක්ෂණය (බාහිර) - 2013

2017 - ජූනි/ජූලි

විද්‍යා පීඨය

ව්‍යවහාරික ගණිතය

AMAT E 1025 - යාන්ත්‍රිකය II

ප්‍රශ්න හයකට (06) පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

ප්‍රශ්න සංඛ්‍යාව : අටයි (08) යි පිටු සංඛ්‍යාව : හතරයි (04) යි කාලය පැය : (03) යි

---

1. පද්ධතියක i වැනි අංශුව මත $\underline{F}_i$ සම්ප්‍රයුක්ත බාහිර බලයක් හා $\sum_j \underline{F}_{ji}$ අභ්‍යන්තර බල ක්‍රියා කරයි; මෙහි $\underline{F}_{ji}$ යනු j වැනි අංශුව නිසා i වැනි අංශුව මත වූ බලය වෙයි. M යනු පද්ධතියෙහි මුළු ස්කන්ධය, $\underline{V}_G$ යනු ස්කන්ධ කේන්ද්‍රයෙහි ප්‍රවේගය හා $\underline{H}_0$ යනු O අචල ලක්ෂ්‍යයක් වටා පද්ධතියෙහි කෝණික ගම්‍යතාව නම්, කරන ලද උපකල්පන ප්‍රකාශ කරමින් $\sum \underline{F}_i = \frac{d}{dt}(M\underline{V}_G)$ සහ $\sum \underline{r}_i \times \underline{F}_i = \frac{d\underline{H}_0}{dt}$ බව පෙන්වන්න; මෙහි $\underline{r}_i$ යනු O අනුබද්ධයෙන් i වැනි අංශුවේ පිහිටුම් දෛශිකය වෙයි.

   දිග $2a$ හා ස්කන්ධය m වූ ඒකාකාර AB දණ්ඩකට $AC = x(< a)$ වන ලෙස දණ්ඩ මත වූ C ලක්ෂ්‍යයක් වටා සිරස් තලයක නිදහසේ භ්‍රමණය වීමට හැකි ය. C වටා දණ්ඩෙහි අවස්ථිති ඝූර්ණය සොයන්න. දණ්ඩ තිරස් පිහිටුමක සිට නිසලතාවෙන් මුදා හැරේ නම්, C වටා දණ්ඩ මත ක්‍රියාකරන බල වල ඝූර්ණ ගැනීමෙන් හා එසේ ලබාගන්නා සමීකරණ අනුකලනය කිරීමෙන්, තදනන්තර චලිතයේදී $\dot{\theta}^2 = \frac{6g(a-x)\sin\theta}{a^2 + 3(a-x)^2}$ බව පෙන්වන්න; මෙහි θ යනු දණ්ඩ හා තිරස අතර කෝණය වෙයි.

2. " S_1 සහ S_2 පද්ධති දෙකක් සමඝූර්ණ වේ " යන ප්‍රකාශනයෙන් අදහස් කෙරෙන්නේ කුමක්දැයි පැහැදිලිව ප්‍රකාශකරන්න.

   පද්ධති දෙක සමඝූර්ණ වීම සඳහා අනිවාර්ය සහ ප්‍රමාණවත් අවශ්‍යතා කුලකයක් ප්‍රකාශකර සාධනය කරන්න.

ස්කන්ධය M වූ ඒකාකාර ඝනකයක්, එහි පැතිවල මධ්‍ය ලක්ෂයන්හි තැබූ එක එකක ස්කන්ධය $\frac{M}{24}$ බැගින් වූ අංශු 12 ක් ද , කේන්ද්‍රයෙහි තැබූ ස්කන්ධය $\frac{M}{2}$ වූ අංශුවක් ද සමගින් සමතුල්‍ය වන බව පෙන්වන්න.

3. ස්කන්ධය M සහ අරය a වූ ඒකාකාර ඝන සිලින්ඩරයක අක්ෂය වටා අවස්ථිති ඝූර්ණය සොයන්න.

අරය b සහ අක්ෂය තිරස් වූ රළු කුහර සිලින්ඩරයක් තුල ස්කන්ධය M , අරය a , $(a < b)$ වූ ඒකාකාර ඝන සිලින්ඩරයක් පෙරලෙමින් පවතී. පහත්ම පිහිටීමේ දී චලනය වන සිලින්ඩරයේ කෝණික ප්‍රවේගය Ω වේ.

$3a^2\Omega^2 > 11g(b-a)$ නම් ඝන සිලින්ඩරය කුහර සිලින්ඩරය තුල සම්පූර්ණ වටයක් පෙරලෙන බව පෙන්වන්න.

සිලින්ඩර දෙක අතර ඝර්ෂණ බලය සොයන්න.

4. දෙකෙළවර A සහ B වූ $2a$ දිග සැහැල්ලු දණ්ඩක් සුමට OC නම් තිරස් කම්බියක් මත ද OZ නම් සුමට සිරස්ව පහලට වූ කම්බියක් මත ද නිදහසේ සර්පණයවීමට හැකි පරිදි තබා ඇත. ස්කන්ධය m බැගින් වූ අංශු දෙකක් දණ්ඩේ දෙකෙලවරට ඈඳා ඇති අතර ස්කන්ධය M වූ පබළුවක් දණ්ඩ ඔස්සේ සර්පණය විය හැකි පරිදි තබා ඇත. සම්පූර්ණ පද්ධතිය OZ වටා ω නියත කෝණික ප්‍රවේගයකින් භ්‍රමණය වීමට සලස්වනු ලැබේ . t කාලයේදී පබළුව B සිට $a+x$ දුරකින් පිහිටන විට දණ්ඩ උඩු සිරස සමඟ θ කෝණයක් සාදයි නම් පද්ධතියේ චාලක ශක්තිය

$$2ma^2[\dot{\theta}^2+\omega^2\sin^2\theta]+\frac{1}{2}M[\dot{x}^2+(a^2+2ax\cos 2\theta+x^2)\dot{\theta}^2 + 2a\dot{x}\dot{\theta}\sin 2\theta+(a+x)^2\omega^2\sin^2\theta]$$

බව පෙන්වන්න.

5. O එකම මූලය සහිත සමුද්දේශ රාමු දෙකක් එකිනෙක අනුබද්ධයෙන් $\underline{\omega}$ කෝණික ප්‍රවේගයකින් භ්‍රමණය වේ. සුපුරුදු අංකනයෙන් ඕනෑම $\underline{X}$ දෛශිකයක් සඳහා $\frac{d\underline{X}}{dt}=\frac{\partial \underline{X}}{\partial t}+\underline{\omega}\wedge\underline{X}$ බව උපකල්පනය කරමින් රාමු දෙකෙහි දී අංශුවෙහි ත්වරණය $\frac{d^2\underline{r}}{dt^2}=\frac{\partial^2\underline{r}}{\partial t^2}+\frac{\partial\underline{\omega}}{\partial t}\wedge\underline{r}+2\underline{\omega}\wedge\frac{\partial \underline{r}}{\partial t}+\underline{\omega}\wedge(\underline{\omega}\times\underline{r})$ ආකාරයෙන් ප්‍රකාශ කල හැකි බව පෙන්වන්න ; මෙහි $\underline{r}=\overrightarrow{OP}$ වේ.

සුපුරුදු අංකනයෙන් පෘථිවි පෘෂ්ඨය ආසන්නයෙහි අංශුවක චලිතය, $|\underline{\Omega}|^2$ ගණයේ පද නොසලකා හරිමින්

$\frac{\partial^2 \underline{r}}{\partial t^2} + 2\underline{\Omega} \wedge \frac{\partial \underline{r}}{\partial t} = \underline{g}$ මගින් විස්තර කළහැකි බව පෙන්වන්න; මෙහි $\underline{\Omega}$ යනු පෘථිවියේ කෝණික ප්‍රවේගයයි.

එමගින් $\frac{\partial^2 \underline{r}}{\partial t^2} + 2\underline{\Omega} \wedge \underline{g}t + 2\underline{\Omega} \wedge \underline{A} = \underline{g}$ සහ $\underline{r} = \frac{-\underline{\Omega} \wedge \underline{g}t^3}{3} - \underline{\Omega} \wedge \underline{A}t^2 + \frac{1}{2}\underline{g}t^2 + \underline{B}t + \underline{C}$ බව පෙන්වන්න; මෙහි $\underline{A}, \underline{B}$ සහ $\underline{C}$ යනු නියත දෛශික වේ.

ස්කන්ධය m වු අංශුවක් පෘථිවි පෘෂ්ඨයේ සිට h උසකින් නිසලව මුදා හරිනු ලැබේ. තම අක්ෂය වටා පෘථිවියේ
කෝණික ප්‍රවේගය ω නියත බව උපකල්පනය කරමින් t කාලයකට පසු අංශුව ආරම්භක සිරස් අක්ෂයේ සිට $\frac{1}{3}\omega g t^3 sin\lambda$ දුරකින් පිහිටන බව පෙන්වන්න.

6. සුපුරුදු අංකනයෙන් Ox, Oy ලම්බ අක්ෂ අනුබද්ධයෙන් තල ආස්තරයක් සඳහා $I_{Ox} = A, I_{Oy} = B$, සහ $I_{xy} = H$ වේ.

ආස්තරය අඩංගු තලයේ වු $y = x\tan\theta$ රේඛාව වටා එහි අවස්ථිති ඝූර්ණය I සඳහා පහත සූත්‍රය ලබාගන්න.

$I = A\cos^2\theta - 2H\sin\theta\cos\theta + B\sin^2\theta$

$ABCD$ යනු ස්කන්ධය M වු ඒකාකාර සෘජුකෝණාස්‍රාකාර තල ආස්තරයකි. $AB = 2a$ සහ $AD = 2b$ නම් A ලක්ෂ්‍යයේ දී

(i) AB වටා

(ii) AC වටා

(iii) $ABCD$ තලයට ලම්බ අක්ෂයක් වටා අවස්ථිති ඝූර්ණ සොයන්න.

A ලක්ෂ්‍යයේ දී ආස්තරය සඳහා ඉහත Ox, Oy අක්ෂ අනුබද්ධයෙන් අවස්ථිත ගුණිතයන්ද සොයන්න.

ආස්තරය සඳහා A ලක්ෂ්‍යයේ දී අවස්ථි න්‍යාසය ලියා දක්වන්න.

7. (a) ස්කන්ධය M, අරය a සහ උස h වු ඒකාකාර ඝන සිලින්ඩරයක එහි අක්ෂය වටා අවස්ථිති ඝූර්ණය සොයන්න.

(b) සුපුරුදු අංකනයෙන්,, අචල තලයකට සමාන්තරව චලනය වන දෘඪ වස්තුවක චාලක ශක්තිය

$T = \frac{1}{2}MV_G^2 + \frac{1}{2}I\omega^2$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.

(c) තිරස් සුමට මේසයක් මත සරල රේඛාවක් ඔස්සේ ලිස්සීමෙන් තොරව පෙරලෙමින් චලනයවන ස්කන්ධය M, අරය a සහ උස h වු ඒකාකාර ඝන ගෝලයක ස්කන්ධ කේන්ද්‍රයෙහි ප්‍රවේගය v මගින් දෙනු ලැබේ. මුළු චාලක ශක්තිය $\left(\frac{3}{4}\right)Mv^2$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.

O ලක්ෂ්‍යයක් වටා අංශු පද්ධතියක $\underline{H}_0$ කෝණික ගම්‍යතාව අර්ථ දක්වන්න.

සුපුරුදු අංකනයෙන්, O ඔස්සේ යන අක්ෂයක් වටා $\underline{\omega}$ කෝණික ප්‍රවේගයෙන් භ්‍රමණය වන දෘඪ වස්තුවක් සඳහා $\underline{H}_0 = \sum m_i[r_i^2 \underline{\omega} - (\underline{r}_i . \underline{\omega})\underline{r}_i]$ ලෙස ලිවිය හැකි බව පෙන්වන්න. සුපුරුදු අංකනයෙන්, O හි දී සෘජුකෝණාස්‍ර කාටීසීය අක්ෂ තුනක් දිගේ $\underline{H}_0$ හි H_x, H_y, H_z සංරචක

$$\begin{pmatrix} H_x \\ H_y \\ H_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & -F & -E \\ -F & B & -D \\ -E & -D & C \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{pmatrix}$$

ආකාරයෙන් ප්‍රකාශ කල හැකි බව පෙන්වන්න.

එනයින්, සාධාරණවශයෙන්, $\underline{H}_0 = n\underline{\omega}$ වන පරිදි O හි අන්‍යෝන්‍ය වශයෙන් ලම්බ වූ අක්ෂ තුනක් ඇති බව පෙන්වන්න; මෙහි n යනු අදිශයකි . තවද $\underline{H}_0 = n\underline{\omega}$ සමීකරණය සපුරාලන n_1, n_2, n_3 අගය තුන ඉහත සඳහන් අක්ෂ තුන වටා වස්තුවේ අවස්ථිති ඝූර්ණ බව ද , ඉහත සඳහන් අක්ෂ දෙක බැගින් ගත් කල ඒ අනුබද්ධයෙන් වස්තුවේ අවස්ථිති ගුණිතය ශූන්‍ය බව ද පෙන්වන්න.

///