කැලණිය විශ්වවිද්‍යාලය - ශ්‍රී ලංකාව

දුරස්ථ සහ අඛණ්ඩ අධ්‍යාපන කේන්ද්‍රය

විද්‍යාවේදී (සාමාන්‍ය) උපාධි ප්‍රථම පරීක්ෂණය (බාහිර) - 2013

ව්‍යවහාරික ගණිතය

දෛශික විජය සහ දෛශික විශ්ලේෂණය-AMAT E1015

ප්‍රශ්න සංඛ්‍යාව:අටයි(08) පිටු සංඛ්‍යාව:තුනයි(03) කාලය: පැය තුනයි(03)

ප්‍රශ්න හයකට(06) පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

---

1. (අ) $OACB$ යනු $\overrightarrow{OA} = \underline{a}$ සහ $\overrightarrow{OB} = \underline{b}$ වන පරිදි වූ සමාන්තරාස්‍රයක් යැයි ගනිමු. AB රේඛාව $k{:}\,1$ අනුපාතයෙන් බෙදන E ලක්ෂ්‍යයේ පිහිටුම් දෛශිකය

$$\overrightarrow{OE} = \underline{a} + \frac{k}{k+1}\left(\underline{b} - \underline{a}\right)$$

මගින් ලබාදෙන බව පෙන්වන්න.

දික් කරන ලද OE, AC ඡේදනය කරන අනුපාතය $k{:}\,1 - k$ බව පෙන්වන්න.

(ආ) ඕනෑම දෛශිකයක් $\underline{a} = \left(\underline{a}\cdot\underline{i}\right)\underline{i} + \left(\underline{a}\cdot\underline{j}\right)\underline{j} + \left(\underline{a}\cdot\underline{k}\right)\underline{k}$ ආකාරයෙන් ලිවිය හැකි බව සාධනය කරන්න.
එනයින් $\underline{i}\times\left(\underline{a}\times\underline{i}\right) + \underline{j}\times\left(\underline{a}\times\underline{j}\right) + \underline{k}\times\left(\underline{a}\times\underline{k}\right) = 2\underline{a}$ බව පෙන්වන්න.

(ඇ) $\left(\underline{i} - 2\underline{j} + 3\underline{k}\right)\cdot\left(2\underline{i} + \underline{j} - \underline{k}\right)\times\left(\underline{j} + \underline{k}\right)$ අදිශ ත්‍රිත්ව ගුණිතය ගණනය කරන්න.
මෙම දෛශික තුන ඒකතල වේද? ඔබගේ පිළිතුර සනාථ කරන්න.

2. (අ) A ලක්ෂ්‍යය හරහා $\underline{b}$ දෛශිකයට සමාන්තර දිශාවට වූ සරල රේඛාවේ දෛශික සමීකරණය $\underline{r} = \underline{a} + \lambda\underline{b}$ ආකාරයෙන් ලිවිය හැකි බව පෙන්වන්න, මෙහි λ පරාමිතියක් වන අතර $\underline{a}$ යනු O මූලය අනුබද්ධයෙන් A හි පිහිටුම් දෛශිකය වේ.

l_1 සහ l_2 සරල රේඛා දෙකෙහි දෛශික සමීකරණ
$\underline{r} = 2\underline{a} + \lambda\left(\underline{b} - 3\underline{a}\right)$ සහ $\underline{r} = 3\left(\underline{a} - \underline{b}\right) - \mu\left(\underline{a} + \underline{b}\right)$ මගින් දෙනු ලැබේ යැයි ගනිමු
, මෙහි $\underline{a}$ සහ $\underline{b}$ ඒක රේඛීය නොවන දෛශික වේ.

(i) l_1 සහ l_2 සරල රේඛා දෙකෙහි ඡේදන ලක්ෂ්‍යය වන P හි පිහිටුම් දෛශිකය සොයන්න.

(ii) l_1 මත $\lambda = 1$ විට ලක්ෂ්‍යය Q ද l_2 මත $\mu = 1$ විට ලක්ෂ්‍යය R ද වේ.
$PQRS$ සමාන්තරාස්‍රයක් නම්, එවිට QS සහ RS රේඛාවන්හි දෛශික සමීකරණ සහ S ලක්ෂ්‍යයෙහි පිහිටුම් දෛශිකය සොයන්න.

(ආ) $(1, -2, 1)$ සහ $(0, 3, -2)$ ලක්ෂ්‍ය යා කරන රේඛාවේ දෛශික සමීකරණය ලබා ගන්න.

මතු සම්බන්ධයි...

3. (අ) $(2,2,2)$,$(3,1,1)$ සහ $(6,-4,6)$ ලක්ෂ්‍ය හරහා ගමන් කරන තලයෙහි සමීකරණය සොයන්න. $(2,-1,1)$ ලක්ෂ්‍යයෙහි සිට තලයට ඇති ලම්බක දුරද සොයන්න.

(ආ) මූලය හරහා ගමන් කරමින් $\underline{i}+2\underline{j}+3\underline{k}$ සහ $2\underline{i}-\underline{j}-\underline{k}$ දෛශිකයන්ට සමාන්තරවූ තලයෙහි සමීකරණය

$\underline{r}=(t+2s)\underline{i}+(2t-s)\underline{j}+(3t-s)\underline{k}$

බව පෙන්වන්න, මෙහි s සහ t යනු අදිශ පරාමිති වේ.

(ඇ) $(2,3,-1)$ ලක්ෂ්‍යය හරහා ගමන් කරමින් $3\underline{i}-4\underline{j}+7\underline{k}$ දෛශිකයට ලම්බවූ තලයෙහි සමීකරණය සොයන්න. මූලයෙහි සිට තලයට ඇඳි ලම්බකයෙහි දිග සොයන්න.

4. (අ) අංශුවක් $x=t^3+1$, $y=t^2$, $z=2t+5$ වක්‍රය දිගේ චලනය වේ, මෙහි t කාලය වේ. $t=1$ දී $\underline{i}+\underline{j}+3\underline{k}$ දිශාව ඔස්සේ එහි ප්‍රවේග සහ ත්වරණ සංරචක සොයන්න.

(ආ) අංශුවක පිහිටුම් දෛශිකය $\underline{r}=\underline{a}\cos\omega t+\underline{b}\sin\omega t$ යැයි ගනිමු.

(i) $\underline{r}\times\frac{d\underline{r}}{dt}=\omega(\underline{a}\times\underline{b})$ සහ

(ii) $\frac{d^2\underline{r}}{dt^2}=-\omega^2\underline{r}$,

බව පෙන්වන්න, මෙහි ω නියතයක් වන අතර $\underline{a}$ සහ $\underline{b}$ නියත දෛශික වේ.

(ඇ) ඕනෑම t කාලයකදී අංශුවක ත්වරණය $e^t\underline{i}+e^{2t}\underline{j}+\underline{k}$ මගින් දෙනු ලැබේ. $t=0$ දී අංශුවෙහි ප්‍රවේගය $\underline{i}+\underline{j}$ බව පෙන්වන්න.

5. (අ) සෙරේ-ප්‍රෙනේ සූත්‍ර ලියා දක්වන්න.

සුපුරුදු අංකනයෙන් , සෙරේ-ප්‍රෙනේ සූත්‍ර

$$\frac{d\underline{t}}{ds}=\underline{\omega}\times\underline{t}$$

$$\frac{d\underline{n}}{ds}=\underline{\omega}\times\underline{n}$$

$$\frac{d\underline{b}}{ds}=\underline{\omega}\times\underline{b}$$

ආකාරයෙන් ලිවිය හැකි බව සාධනය කරන්න, මෙහි $\underline{\omega}$ යනු නිර්ණය කල යුතු දෛශිකයකි.

(ආ) $x=2\log t$, $y=4t$, $z=2t^2+1$ වක්‍රයෙහි වක්‍රතාවය සහ ව්‍යාවර්තනය සොයන්න.

6. (අ) සුපුරුදු අංකනයෙන්,

(i) $grad(\underline{a}\cdot\underline{r})=\underline{a}$

(ii) $grad[\underline{r}\ \underline{a}\ \underline{b}]=\underline{a}\times\underline{b}$

බව සාධනය කරන්න, මෙහි $\underline{a}$ සහ $\underline{b}$ නියත දෛශික වේ.

මතු සම්බන්ධයි...

(ආ) $div\ \underline{F}$ සොයන්න, මෙහි $\underline{F} = (x+3y)\underline{i} + (y-3z)\underline{j} + (x-2z)\underline{k}$ වේ.
එනයින් $\underline{F}$ පරිනාලික වේ දැයි නිර්ණය කරන්න.

(ඇ) $\underline{F} = (\sin y + z)\underline{i} + (x\cos y - z)\underline{j} + (x-y)\underline{k}$ දෛශික ශ්‍රිතය නිර්භ්‍රමණ බව පෙන්වන්න.එනයින් $\underline{F} = \underline{\nabla}\phi$ වන පරිදි ϕ අදිශ ශ්‍රිතයක් සොයන්න.

7. (අ) සුපුරුදු අංකනයෙන්,
(i) $grad(r^n) = nr^{n-2}\underline{r}$
(ii) $div(\phi\underline{A}) = \phi\ div\ \underline{A} + \underline{\nabla}\phi \cdot \underline{A}$
(i) $curl(\phi\underline{A}) = \phi\ curl\ \underline{A} + \underline{\nabla}\phi \times \underline{A}$
බව සාධනය කරන්න.

(ආ) $\underline{r}$ සහ r සඳහා ඒවායෙහි සුපුරුදු අර්ථයන් පවතී නම්,
(i) $div(r^n\underline{r}) = (n+3)r^n$
(ii) $curl(r^n\underline{r}) = \underline{0}$
(iii) $div\left(\frac{\underline{r}}{r^3}\right) = 0$
බව පෙන්වන්න.

8. (අ) අපසාරිතා ප්‍රමේයය ප්‍රකාශ කරන්න.
$\frac{1}{3}\int_S \underline{r} \cdot d\underline{S} = V$ බව පෙන්වන්න, මෙහි S පෘෂ්ඨයෙන් ආවෘත වූ පරිමාව V වේ.

(ආ) අපසාරිතා ප්‍රමේයය භාවිතයෙන් , $\int_S \underline{F} \cdot d\underline{S}$ අගයන්න, මෙහි $\underline{F} = 4xz\underline{i} - y^2\underline{j} + yz\underline{k}$ වේ. මෙහි S යනු $x=0, x=1, y=0, y=1, z=0, z=1$ ඝනකයෙහි පෘෂ්ඨය වේ.

(ඇ) $z=0$ තලයෙහි $x=0, x=a, y=0, y=a$ රේඛා ඔස්සේ පාද පවතින සමචතුරස්‍රය වටා $\underline{F} = x\left(x\underline{i} + y\underline{j}\right)$ ශ්‍රිතය අනුකලනය කිරීමෙන් ස්ටෝක්ගේ ප්‍රමේයය සත්‍යාපනය කරන්න.

****