කැලණිය විශ්වවිද්‍යාලය - ශ්‍රී ලංකාව

දුරස්ථ සහ අඛණ්ඩ අධ්‍යාපන කේන්ද්‍රය

විද්‍යාවේදී (සාමාන්‍ය) උපාධි ප්‍රථම පරීක්ෂණය (බාහිර) - 2012 (නව නිර්දේශය)

2015 ඔක්තෝබර්/නොවැම්බර්

වාවහාරික ගණිතය

AMAT E 1025 - යාන්ත්‍රිකය II

ප්‍රශ්න හයකට (06) පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

ප්‍රශ්න සංඛ්‍යාව : 08 යි. පිටු සංඛ්‍යාව : 04 යි කාලය : පැය (3)

---

1. අ) සුපුරුදු අංකනයෙන් $r = f(\theta)$ තල වක්‍රයක ගමන් කරන අංශුවක් සඳහා එහි ත්වරණයෙහි අරීය සහ තීර්යක් සංරචක, $\ddot{r} - r\dot{\theta}^2$, $\left(\frac{1}{r}d\left(r^2\dot{\theta}\right)/dt\right)$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.

ආ) ස්කන්ධය m වූ P අංශුවක් දිග l වූ ලුහු අප්‍රත්‍යස්ථ තන්තුවක් මගින් O අචල ලක්ෂ්‍යයකට සවිකර ඇත.තන්තුව නුඹුරුල් වන අතර OP යටි අත් සිරස සමග $\alpha < \left[\frac{\pi}{2}\right]$ කෝණයක් සාදන සේ නිසලව තබාගෙන ඇත. අංශුවට u ප්‍රවේගයක් තිරස්ව දෙනු ලැබේ නම්, OP යටි අත් සිරස සමග θ කෝණයක් සාදන විට සුපුරුදු අංකනයෙන්,

$l^2\left(\dot{\theta}^2 + sin^2\theta\dot{\phi}^2\right) - 2lgcos\theta = u^2 - lgcos\alpha$ හා $lsin^2\theta\dot{\phi} = usin\alpha$ බව පෙන්වන්න.

එනයින් $l^2\dot{\theta}^2 = (cos\alpha - cos\theta)\left[\frac{u^2(cos\alpha+cos\theta)}{sin^2\theta} - 2lg\right]$. බව පෙන්වන්න.

මතුසම්බන්ධයි...

2. අ) ස්කන්ධය M හා දිග $2a$ වූ ඒකාකාර දණ්ඩක එක් කෙලවරක් හරහා දණ්ඩට ලම්බක වූ අක්ෂයක් වටා අවස්ථිති ඝූර්ණය සොයන්න,

ආ) දිග $2a$ හා ස්කන්ධය m වූ ඒකාකාර AB දණ්ඩකට $AC = x(< a)$ වන ලෙස දණ්ඩ මත වූ C ලක්ෂ්‍යයක් වටා සිරස් තලයක නිදහසේ භ්‍රමණයවීමට හැකි ය. C වටා දණ්ඩෙහි අවස්ථිති ඝූර්ණය සොයන්න. දණ්ඩ තිරස් පිහිටුමක සිට නිසලතාවෙන් මුදා හැරේ නම්, C වටා දණ්ඩ මත ක්‍රියාකරන බල වල ඝූර්ණ ගැනීමෙන් හා එසේ ලබාගන්නා සමීකරණ අනුකලනය කිරීමෙන්, තදනන්තර චලිතයේදී $\dot{\theta}^2 = \dfrac{6g(a-x)\sin\theta}{a^2+3(a-x)^2}$ බවපෙන්වන්න; මෙහි θ යනු දණ්ඩ හා තිරස අතර කෝණය වෙයි.

3. අ) “S_1 සහ S_2 පද්ධති දෙකක් සමඝූර්ණ වේ” යන ප්‍රකාශනයෙන් අදහස් කෙරෙන්නේ කුමක්දැයි පැහැදිලිව ප්‍රකාශ කරන්න.

ආ) පද්ධති දෙකක් සමඝූර්ණ වීම සඳහා අනිවාර්ය සහ ප්‍රමාණවත් අවශ්‍යතා කුලකයක් ප්‍රකාශකර සාධනය කරන්න.

ඇ) $ABCD$ යනු ස්කන්ධය M වූ ඒකාකාර සමාන්තරාස්‍රයකි. සමාන්තරාස්‍රය, එහි පාදයන් හි මධ්‍ය ලක්ෂවල තබන ලද ස්කන්ධය $\dfrac{M}{6}$ වූ අංශු හතරක් සහ විකර්ණ ඡේදනය වන ලක්ෂයේ තබන ලද ස්කන්ධය $\dfrac{M}{3}$ වූ අංශුවක් ද සහිත පද්ධතියක් සමග සමඝූර්ණ වන බව පෙන්වන්න.

4. අ) සුපුරුදු අංකනයෙන් $\frac{dH}{dt} = \sum_{i=1}^{N} \underline{r} \wedge \underline{F}$ බව පෙන්වන්න.

ආ) ස්කන්ධය M සහ අරය a වූ වෘතාකාර ආස්තරයක එයට ලම්බව කේන්ද්‍රය හරහා ගමන් කරන අක්ෂයක් වටා අවස්ථිති ඝූර්ණය සොයන්න.

ඇ) බර W සහ අරය a වූ වෘතාකාර ආස්තරයක් එහි පරිධියෙහි වූ O හරහා ගමන් කරන ආස්තරයේ තලයට ලම්බ වූ අක්ෂයක් වටා භ්‍රමණයවීමට නිදහස්ය. එහි විෂ්කම්භය O ට ඉහලින් සිරස්ව තබා යාන්තමින් චලනය ලැබේ. විෂ්කම්භය θ කෝණයකින් ආනත වූ විට විෂ්කම්භය ඔස්සේ සහ එයට ලම්බ වූ ප්‍රතික්‍රියා පිළිවෙලින් $\dfrac{W(7cos\theta-3)}{3}$ සහ $\dfrac{W(sin\theta)}{3}$ වන බව පෙන්වන්න.

මතුසම්බන්ධයි...

5. ආ) සුපුරුදු අංකනයෙන් Ox, Oy ලම්බ අක්ෂ අනුබද්ධයෙන් තල ආස්තරයක් සඳහා $I_{Ox} = A, I_{Oy} = B$, සහ $I_{xy} = H$ වේ. ආස්තරය අඩංගු තලයේ වූ $y = x\tan\theta$ රේඛාව වටා එහි අවස්ථිති ඝූර්ණය I සඳහා පහත සූත්‍රය ලබා ගන්න.

ආ) ඉහත ආස්තරයේ ප්‍රධාන අක්ෂ $x-$ අක්ෂයට θ කෝණයකින් ආනත නම් එවිට $\tan 2\theta = \frac{2H}{B-A}$ බව පෙන්වන්න.

ඇ) ඒකාකාර අර්ධ වෘත්තාකාර ආස්තරයක් පර්යන්තගත විෂ්කම්භය කෙළවරක දී ප්‍රධාන අක්ෂ එයට $\frac{1}{2}tan^{-1}(\frac{8}{3\pi})$ කෝණයකින් ආනත වන බව පෙන්වන්න.

6. ආ) ස්කන්ධය M සහ අරය a වූ ඒකාකාර ඝන ගෝලයක එහි විෂ්කම්භයක් වටා අවස්ථිති ඝූර්ණය සොයන්න.

ආ) සුපුරුදු අංකනයෙන් අචල තලයකට සමාන්තරව චලනය වන දෘඪ වස්තුවක චාලක ශක්තිය

$$T = \frac{1}{2}MV_G^2 + \frac{1}{2}I\omega^2$$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.

ඇ) තිරස් සුමට මේසයක් මත සරල රේඛාවක් ඔස්සේ ලිස්සීමෙන් තොරව පෙරලෙමින් චලනයවන ස්කන්ධය M සහ අරය a වූ ඒකාකාර ඝන ගෝලයක ස්කන්ධ කේන්ද්‍රයෙහි ප්‍රවේගය v මගින් දෙනු ලැබේ. ගෝලයේ මුළු චාලක ශක්තිය $\left(\frac{7}{10}\right)Mv^2$ බව පෙන්වන්න.

7. ආ) කාටීසියානු ඛණ්ඩාංක අනුබද්ධයෙන් O මූලය සහිතව සරල රේඛාවක දිශා කෝසයින l, m, n මගින් දෙනු ලැබේ. සුපුරුදු අංකනයෙන් අවස්ථිති ඝූර්ණ A, B, C සහ අවස්ථිත ගුණිත $E, F, G,$ ලෙස ගනිමින් ඉහත රේඛාව වටා ස්කන්ධ ව්‍යාප්තියක අවස්ථිති ඝූර්ණය I_l පහත සමීකරණයෙන් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.

$$I_l = Al^2 + Bm^2 + Cn^2 - 2Fmn - 2Gln - 2Hlm$$

ආ) අර්ධ ගෝලයක පරිධියෙහි වූ ලක්ෂයක දී ඝූර්ණ ඉලිප්සාභයේ සමීකරණය

$$2x^2 + 7(y^2 + z^2) - \left(\frac{15}{4}\right)xz = constant$$ බව පෙන්වන්න.

මතුසම්බන්ධයි...

8. අ) O ලක්ෂයක දී අංශු පද්ධතියක් සඳහා කෝණික ගම්‍යතාව $\underline{H}_0$ අර්ථ දක්වන්න.

ආ) O හරහා වූ අක්ෂයක් වටා $\underline{\omega}$ කෝණික ප්‍රවේගයකින් භ්‍රමණය වන දෘඪ වස්තුවක් සඳහා $\underline{H}_0$ යන්න

$$\underline{H}_0 = \sum m_i[r_i^2\underline{\omega} - (\underline{r}_i.\underline{\omega})\underline{r}_i]$$ ලෙස ලිවිය හැකි බව පෙන්වන්න.

ඇ) O දී වූ කාටීසියානු ඛණ්ඩාංක අනුබද්ධයෙන් $\underline{H}_0$ හි සංරචක වන H_x, H_y, H_z

$$\begin{pmatrix} H_x \\ H_y \\ H_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & -F & -E \\ -F & B & -D \\ -E & -D & C \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{pmatrix}$$ මගින් නිරූපනය කළ හැකි බව පෙන්වන්න.

//