කැලණිය විශ්වවිද්‍යාලය - ශ්‍රී ලංකාව

දුරස්ථ සහ අඛණ්ඩ අධ්‍යාපන කේන්ද්‍රය

විද්‍යාවේදී (සාමාන්‍ය) උපාධි ප්‍රථම පරීක්ෂණය (බාහිර) - 2012 (නව නිර්දේශය)

2015 ඔක්තෝබර්/නොවැම්බර්

ව්‍යවහාරික ගණිතය

AMAT E 1015 - (දෛශික වීජය සහ දෛශික විශ්ලේෂණය)

ප්‍රශ්න හයකට (06) පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

ප්‍රශ්න සංඛ්‍යාව : 08 යි. පිටු සංඛ්‍යාව : 03 යි කාලය : පැය (3)

1. නිශ්ශුන්‍ය $\underline{a}, \underline{b}, \underline{c}$ දෛශික තුන ඒකතල වන්නේ $(\underline{a} \times \underline{b}) \cdot \underline{c} = 0$ නම්ම පමණක් බව පෙන්වන්න.

ඒ නයින් $\lambda,\ \mu, \upsilon$ සියල්ල එකවර ශුන්‍ය නොවන අදිශ හා $\lambda\underline{a} + \mu\underline{b} + \nu\underline{c} = 0$ නම් $\underline{a}, \underline{b}, \underline{c}$ ඒකතල බව පෙන්වන්න.

තලයක කාටීසිය සමීකරණය $ax + by + cz = d$ වන අතර එහි දෛශික සමීකරණය

$\underline{r} \cdot \underline{n} = p$ වේ.

$\underline{n} = \frac{a\underline{i}+b\underline{j}+ck}{(a^2+b^2+c^2)^{\frac{1}{2}}}$, $\quad p = \frac{d}{(a^2+b^2+c^2)^{\frac{1}{2}}}$ බව පෙන්වන්න.

2. සරල රේඛාවක දෛශික සමීකරණය $\underline{r} = \underline{a} + \lambda\underline{t}$ ආකාරයෙන් ලිවිය හැකි බව පෙන්වන්න.

$\underline{r} = \underline{a} + \lambda\underline{t}_1$ හා $\underline{r} = \underline{b} + \mu\underline{t}_2$ විතල රේඛා දෙකකි.

$\underline{r} = \underline{a} + \lambda_1\underline{t}_1 + \upsilon_1(\underline{t}_1 \times t_2)$ රේඛාව ඉහත රේඛා දෙක අතර වූ කෙටිම දුර දක්වන රේඛාව නිරූපණය කරන බව පෙන්වන්න, මෙහි $\lambda_1 = \frac{(\underline{b}-\underline{a})\cdot(t_1-\alpha\underline{t}_2)}{1-\alpha^2}$, $\alpha = \underline{t}_1 \cdot \underline{t}_2$

3. ඕනෑම $\underline{a}, \underline{b}, \underline{c}$ දෛශික තුනක් සඳහා $\underline{a} \times (\underline{b} \times \underline{c}) = (\underline{a} \cdot \underline{c})\underline{b} - (\underline{a} \cdot \underline{b})\underline{c}$ බව පෙන්වන්න.

$\underline{a}_1 = \underline{b} \times \underline{c}, \quad \underline{b}_1 = \underline{c} \times \underline{a}, \quad \underline{c}_1 = \underline{a} \times \underline{b}$

$\Delta^2 = \underline{a}_1 \cdot (\underline{b}_1 \times \underline{c}_1)$ සහ $\underline{a}_1 \times (\underline{b}_1 \times \underline{c}_1) = -\Delta\, \underline{a} \times (\underline{b} \times \underline{c})$ බව පෙන්වන්න,

මෙහි $\Delta = \underline{a} \cdot (\underline{b} \times \underline{c})$

4. පහත සඳහන් දෛශික සමීකරණ $\underline{x}$ සඳහා විසඳන්න.

(i) $\alpha\underline{x} + (\underline{x} \times \underline{a}) = \underline{b}$

$p\underline{x} + (\underline{x} \cdot \underline{b})\underline{a} = \underline{c}$

මෙහි $\alpha(\neq 0)$ නියතයක් වන අතර $p \neq 0$ සහ $p + \underline{a} \cdot \underline{b} \neq 0$ වේ.

(ii) සමගාමී දෛශික සමීකරණ වන

$\alpha\underline{x} + \beta\underline{y} = \underline{b}$

$\underline{x} \times \underline{y} = \underline{c}, \ \underline{b} \cdot \underline{c} = 0$

$\underline{x}$ හා $\underline{y}$ සඳහා විසඳන්න.

5. C වක්‍රයක් $\underline{r} = e^u\underline{i} + e^{-u}\underline{j} + \sqrt{2}\, u\, \underline{k}$ යන්නෙන් දෙනු ලැබේ, මෙහි u පරාමිතියකි.

පරාමිතිය u වූ ලක්ෂයේදී ස්පර්ශක දෛශිකය වන $\underline{t}$ සොයා එය $\underline{i} - \underline{j}$ දෛශිකය සමඟ නියත කෝණයක් සාදන බව පෙන්වන්න.

$u = 2$ ලක්ෂයයේ C හි වක්‍රතාවද සොයායන්න.

6. $\underline{A}$ හා $\underline{B}$ දෛශික ක්ෂත්‍රය හා $\emptyset$ අදිශ ක්ෂේත්‍රයක් නම්

$$\text{div curl } \underline{A} = 0$$

$$\text{div}(\underline{A} \times \underline{B}) = \underline{B} \cdot \text{curl}\underline{A} - \underline{A} \cdot \text{curl}\underline{B}$$

$$\text{div } \emptyset\underline{A} = \emptyset\text{div}\underline{A} + \underline{A} \cdot \underline{\nabla}\emptyset$$

බව පෙන්වන්න.

තවද $\underline{\nabla} \cdot (r^n \underline{r}) = (n+3)r^n$,

$$\underline{\nabla} \cdot \underline{c} \times (\underline{r} \times \underline{c}) = 2\underline{c}^2$$

බව පෙන්වන්න; මෙහි $\underline{c}$ නියත දෛශිකයකි.

7. අපසාරිතා ප්‍රමේයය ප්‍රකාශකර

$$\iint_s (\underline{n} \times \underline{F})\, ds = \iiint_v (\text{curl } \underline{F}) dv$$

$$\iint_s \emptyset\, ds = \iiint_v \nabla\emptyset dv$$

බව පෙන්වන්න; මෙහි $\underline{F}$ දෛශික ක්ෂත්‍රයක් වන අතර $\emptyset$ යනු දෙන ලද අදිශ ක්ෂේත්‍රයකි, $\underline{n}$ ට සුපුරුදු තේරුම ඇත.

අපසාරිතා ප්‍රමේයය භාවිතයෙන් $\iint_s \frac{r \cdot n}{r^2} ds = \iint_v \frac{dv}{r^2}$

$\iint_s (\emptyset\nabla\emptyset) \cdot d\underline{s} = \iiint_v [\emptyset\nabla^2\emptyset + |\nabla\emptyset|^2] dv$ බව පෙන්වන්න.

8. $f(r)$ යනු $r = (x^2 + y^2 + z^2)^{\frac{1}{2}}$ හි ශ්‍රිතයක් නම්

$\int_S \frac{df}{dr}\left(\frac{\underline{r}}{r}\right) \cdot d\underline{s} = \int_V \left(\frac{d^2 f}{dr^2} + \frac{2}{r}\frac{df}{dr}\right) dv$ බව පෙන්වන්න; මෙහි V යනු S මගින් වටවූ පරිමාවයි.

$f(r) = r^n, n > 2$ සහ S සඳහා ඉහත ප්‍රතිඵලය සත්‍යාපනය කරන්න; මෙහි S යනු අරය R වූද කේන්ද්‍රීය මූලයද ගෝලයේ පෘෂ්ඨය වේ.

__________//__________