කැලණිය විශ්වවිද්‍යාලය -ශ්‍රී ලංකාව

දූරස්ථ හා අඛණ්ඩ අධ්‍යාපන කේන්ද්‍රය

විද්‍යාවේදී (සාමාන්‍ය) උපාධි ප්‍රථම පරීක්ෂණය (බාහිර)-2023 (නව නිර්දේශය)

2017 ජූනි/ජූලි

ශුද්ධ ගණිතය -PMAT E 1035 (නැවත)

විවික්ත ගණිතය 1

<u>ප්‍රශ්න හයකට (06) පමණක් පිළිතුරු සපයන්න</u>

ප්‍රශ්න සංඛ්‍යාව අටයි (08) පිටු සංඛ්‍යාව හතරයි (04) කාලය පැය තුනයි (03)

---

01. A හා B යනු $\mathbb{R}$ හි නොහිස් සපර්යන්ත උපකුලක දෙකක් යැයි ගනිමු.

a. $\sup A$ හා $\inf A$ අර්ථදක්වන්න

b. පහත දැක්වෙන $\mathbb{R}$ හි එක් එක් A උපකුලකය සලකා $\sup A$ හා $\inf A$ සොයන්න

i. $A = \left\{\frac{3n^2}{n^2+n-1} \middle| \mathrm{n} \in \mathbb{N} \text{ සහ } n \geq 2\right\}$

ii. $A = \left\{\frac{2n+1}{n+1} \middle| n \in \mathbb{N}\right\}$

c. C උපකුලකය $C = A + B = \{a + b : a \in A,\ b \in B\}$ පරිදි අර්ථ දැක්වේ.

i. $\sup C = \sup A + \sup B$ බව සාධනය කරන්න.

ii. $A = \{q \in \mathbb{Q} \mid e < q < \pi\}$ සහ $B = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 < \pi\}$ නම් සොයන්න.

02.

a) අනුක්‍රමයක සීමාවේ අර්ථ දැක්වීම භාවිතයෙන්,

$$\lim_{n\to\infty}\frac{n}{n+1}=1$$ බව සාධනය කරන්න.

b) $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ අනුක්‍රමය, $a_1=2$ හා $n\geq 1$ සඳහා $a_{n+1}=\frac{1}{2}(a_n+6)$ මගින් අර්ථ දැක්වේ.

ගණිත අභ්‍යුහනය භාවිතයෙන්,

i. $1<a_n<6$ බවත්

ii. $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ යනු ඒකවිධ වැඩිවෙන අනුක්‍රමයක් බවත්

පෙන්වා,

iii. $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ අනුක්‍රමය 6 ට අභිසාරී වන බව සාධනය කරන්න.

03.

a) $f:\mathbb{R}\longrightarrow\mathbb{R}$ යනු දී ඇති ශ්‍රිතයක් සහ $a\in\mathbb{R}$ යැයිද ගනිමු. $\lim_{x\to a}f(x)=l$ යන්නෙන් අදහස් වන්නේ කුමක්දැයි දක්වන්න.

b) ප්‍රථම මූලධර්ම භාවිතයෙන් $\lim_{x\to 0}\frac{x^2-1}{x-1}=2$ බව සාධනය කරන්න.

c) f,g හා h යනු එක එකක වසම $\mathbb{R}$ වන තාත්වික අගීය ශ්‍රිත තුනක් යැයි ගනිමු.සියලු $x\in\mathbb{R}$ සඳහා

$f(x)<g(x)<h(x)$ නම් $\lim_{x\to a}f(x)=1$ බව සාධනය කරන්න. මේ අනුව $\lim_{x\to 0}x^2\sin\left(\frac{1}{x}\right)=0$ බව පෙන්වන්න

d) පහත අර්ථ දක්වා ඇති f ශ්‍රිතය x = 3 දී සන්තතිකදැයි නිර්ණය කරන්න.

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{2x^2-5x-3}{x-3}, & x\neq 3\\ 6, & x=3\end{cases}$$

04.

a) රෝල්ලේ ප්‍රමේයය ප්‍රකාශ කරන්න.

b) මධ්‍යයන අගය ප්‍රමේයය ප්‍රකාශ කරන්න.

c) $x^3 + x + 1 = 0$ සමීකරණයට එක් තාත්වික මූලයක් පමණක් ඇති බව පෙන්වන්න.

d) පහත දැක්වෙන එක් එක් සීමාව පවතී නම් සොයන්න.

i. $\lim_{x \to 1} \frac{\ln(x)}{x-1}$

ii. $\lim_{x \to \infty} x^{e^{-x}}$

05.

a) $y = x^2 - \frac{1}{8}\ln(x)$ වක්‍රයෙහි $x = 1$ සිට $x = 3$ දක්වා වූ චාප කොටසෙහි දිග සොයන්න.

b) R යනු $y = 2x^2 - x^3$ වක්‍රයෙනුත් $y = 0$ රේඛාවෙනුත් පර්යන්තගත පෙදෙස යි.

I. R පෙදෙස දළ රූපසටහනකින් දක්වන්න.

II. R පෙදෙස $y -$ අක්ෂය වටා 360^0 කින් පරිභ්‍රමණය කල හොත් ජනනය වන ඝනයේ පරිමාව,සිලින්ඩරාකාර කුහර ක්‍රමය භාවිතයෙන් සොයන්න.

III. R පෙදෙස $x -$අක්ෂය වටා 360^0 කින් පරිභ්‍රමණය කල හොත් ජනනය වන ඝනයේ පරිමාව ප්‍රකාශනයක් අනුකලයක් ඇසුරින් සොයන්න.

06. පහත දැක්වෙන එක් එක් නිශ්චිත අනුකලයන් අගයන්න

(i) $\int_0^{\frac{1}{2}} x\sqrt{1-4x^2}\, dx$

(ii) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (2-\sin\theta)^2\, d\theta$

(iii) $\int_0^1 \tan^{-1} x\ dx$

07.

a) පහත දැක්වෙන එක් එක් අවකලන සමීකරණ විසඳන්න.

(i) $\frac{dy}{dx} = \frac{6x^2}{2y+\cos y}$

(ii) $(xy + y^2 + x^2)dx - x^2dy = 0$

b) $(2xy - sec^2x)dx + (x^2 + 2y)\, dy = 0$ අවකල සමීකරණය සපිරි බව පෙන්වා එය විසඳන්න.

08. පහත දැක්වෙන එක් එක් අවකලන සමීකරණ විසඳන්න.

i. $\frac{dy}{dx} - \frac{2}{x}y = x^2\cos x$

ii. $x^2\frac{dy}{dx} + xy = 1$

iii. $\frac{dy}{dx} - 5y = \frac{5}{2}xy^3$